УДК 519.178, 519.174.2
MSC 14H99, 82D99, 68W25

# Алгоритмы составления математической модели физических систем с помощью графов

*А. Г. Карпов, Н. В. Егоров*

Санкт-Петербургский государственный университет,
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

**Для цитирования:** *Карпов А. Г., Егоров Н. В.* Алгоритмы составления математической модели физических систем с помощью графов // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2024. Т. 20. Вып. 1. С. 10–19. https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2024.102

Предложена система алгоритмов для составления математической модели физических систем, структура которых задана с помощью графов большой сложности. Приведенные алгоритмы могут быть использованы не только для разработки новых систем, но и для диагностики рабочего оборудования и поиска неисправностей. Полученная математическая модель системы, представленная в виде системы уравнений, позволяет получить единственное решение. Работа алгоритмов проиллюстрирована на примере механической системы, однако результаты работы могут быть распространены на системы другой природы с помощью электромеханических или электроэкономических аналогий.

*Ключевые слова*: граф, связность графа, базисный цикл.

**1. Введение.** Теория графов является мощным инструментом исследования систем [1–6]. Ее методы широко применяются в ряде прикладных дисциплин. Особо следует отметить высокую эффективность этих методов при выборе рациональных алгоритмов расчета сложных физических систем: не только электрических, механических, но также гидравлических, акустических, термодинамических и др.

Однако эффективность реализации методов теории графов колеблется в широких пределах, а исследователи до сих пор заняты поисками более совершенных алгоритмов. По сути дела, использование теории графов, например, для разработки и анализа электрических цепей ограничивается очень простыми системами и выполняется вручную.

Под простой системой мы понимаем систему, граф которой является, во-первых, планарным и, во-вторых, может быть построен и преобразован вручную и проконтролирован визуально. По полученной нами оценке к простым системам можно отнести такие, граф которых содержит не более 100 вершин.

Цель работы — разработка алгоритмов, позволяющих составлять математические модели физических систем, структура которых задана с помощью графов большой сложности. Проблемы и работа алгоритмов, реализующих методы теории графов, иллюстрируются на примере механической системы.

**2. Алгоритм преобразования системы уравнений базисных циклов.** Основой для составления математической модели физической системы, структура которой задана с помощью графа, служат системы уравнений базисных циклов (УБЦ) и уравнений разрезающих множеств (УРМ). Система уравнений второго закона

Кирхгофа для базисных циклов графа физически реализуемой системы образует полную систему независимых уравнений относительно параллельных переменных [5, 6]:

$$\sum_{j=1}^{r} c_{kj} y_j = 0, \qquad k = 1, 2, ..., c,$$

где $c_{kk} = +1$, а если $j \neq k$, то: 1) $c_{kj} = +1$ в том случае, когда $j$-я ветвь входит в состав $k$-го базисного цикла и ориентирована согласно $k$-й хорде; 2) $c_{kj} = -1$ в том случае, когда $j$-я ветвь входит в состав $k$-го базисного цикла и ориентирована противоположно $k$-й хорде; 3) $c_{kj} = 0$ в том случае, когда $j$-я ветвь не входит в базисный цикл $k$-й хорды; $r$ — число дуг графа; $c$ — число хорд графа.

Для составления системы УБЦ все дуги должны иметь определенный индекс. Причем первые индексы приписываются ветвям, а последующие — хордам.

Система УБЦ может быть записана в матричной форме

$$\mathbf{CY} = \mathbf{0}, \quad \text{или} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{C}_b & \mathbf{E}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_b \\ \mathbf{Y}_c \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \tag{1}$$

здесь матрица коэффициентов $\mathbf{C}$ (базисная цикломатическая матрица) представлена как блок $\mathbf{C}_{c\times r} = [\mathbf{C}_b \mathbf{E}_c]$; матрица-блок $\mathbf{C}_b = [c_{kj}]_{c\times b}$ содержит коэффициенты, соответствующие ветвям; $\mathbf{E}_c$ — единичная $c \times c$-матрица; вектор параллельных переменных состоит из параллельных переменных ветвей и хорд: $\mathbf{Y} = [y_j]_{r\times 1}$, $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_b \\ \mathbf{Y}_c \end{bmatrix}$, $\mathbf{Y}_b$ — вектор параллельных переменных ветвей, $\mathbf{Y}_c$ — вектор параллельных переменных хорд, $b$ — число ветвей дерева графа.

Граф задан совокупностью вершин и ребер с помощью матрицы инцидентности (или смежности), а математическая модель представляет собой систему уравнений. Поэтому необходимо по графу составить систему уравнений.

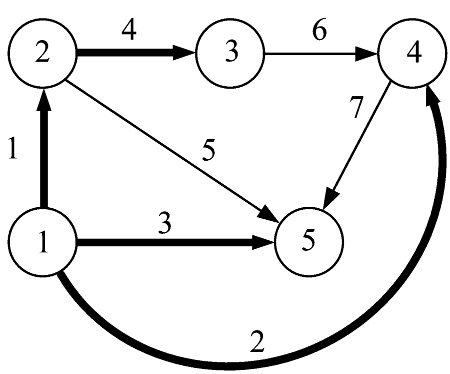


*Рис. 1.* Граф электрической системы

Базисная цикломатическая матрица составляется по структуре базисных циклов [7]. Так, для графа, представленного на рис. 1, базисная цикломатическая матрица имеет вид

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} +1 & 0 & -1 & 0 & +1 & 0 & 0 \\ +1 & -1 & 0 & +1 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix}, \; \mathbf{C}_b = \begin{bmatrix} +1 & 0 & -1 & 0 \\ +1 & -1 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Проблема системы уравнений (1) состоит в том, что число переменных, равное числу дуг, превышает число уравнений, равное числу хорд. Таким образом, решение УБЦ не может быть единственным. Указанная проблема решается с помощью теоремы, утверждающей, что среди параллельных переменных независимыми являются только параллельные переменные ветвей, и

$$\mathbf{Y} = \mathbf{D}^T \mathbf{Y}_b, \tag{2}$$

где $\mathbf{D}$ — базисная матрица разрезающих множеств:

$$\mathbf{D}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_b \\ \mathbf{D}_c^T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_c^T = -\mathbf{C}_b.$$

И тогда преобразованная система УБЦ имеет вид

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_b & \mathbf{E}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_b \\ -\mathbf{C}_b \end{bmatrix} \mathbf{Y}_b = \mathbf{0}.$$

Для рассматриваемого примера получаем систему уравнений

$$\begin{bmatrix} +1 & 0 & -1 & 0 & +1 & 0 & 0 \\ +1 & -1 & 0 & +1 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 & -1 \\ -1 & +1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & +1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{Y}_b = \mathbf{0}.$$

Проблема полученной системы уравнений состоит в том, что число переменных, равное числу ветвей, не совпадает с числом уравнений, равных числу хорд, в представленном примере число переменных равно 4, а число уравнений равно 3.

Система УРМ по первому закону Кирхгофа физически реализуемой системы образует полную систему независимых уравнений относительно последовательных переменных [5, 6]:

$$\mathbf{DX} = \mathbf{0}, \text{ или } \begin{bmatrix} \mathbf{E}_b & \mathbf{D}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_b \\ \mathbf{X}_c \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \tag{3}$$

в которой матрица коэффициентов $\mathbf{D}$ (базисная матрица разрезающих множеств) представлена как блок $\mathbf{D}_{b\times r} = [\mathbf{E}_b \mathbf{D}_c]$; матрица-блок $\mathbf{D}_c = [d_{ij}]_{b\times c}$ содержит коэффициенты, соответствующие ветвям, а $\mathbf{E}_b$ – единичная $b \times b$-матрица; вектор последовательных переменных состоит из последовательных переменных ветвей и хорд: $\mathbf{X} = [x_j]_{r\times 1}$, $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_b \\ \mathbf{X}_c \end{bmatrix}$, $\mathbf{X}_b$ — вектор последовательных переменных ветвей, $\mathbf{X}_c$ — вектор последовательных переменных хорд, $b$ — число ветвей дерева графа.

Если определена матрица $\mathbf{C}$, то матрица $\mathbf{D}$ получается из соотношения $\mathbf{DC}^T = \mathbf{0}$:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_b & \mathbf{D}_c \end{bmatrix}, \ \mathbf{D}_c = -\mathbf{C}_b^T.$$

Проблема системы уравнений (3) состоит в том, что число переменных, равное числу дуг, превышает число уравнений, равное числу ветвей, и решение УРМ не может быть единственным. Указанная проблема решается с помощью теоремы, утверждающей, что среди последовательных переменных независимыми являются только последовательные переменные хорд, и

$$\mathbf{X} = \mathbf{C}^T \mathbf{X}_c,$$

где $\mathbf{C}$ — базисная цикломатическая матрица

$$\mathbf{C}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_b^T \\ \mathbf{E}_c \end{bmatrix}, \ \mathbf{C}_b^T = -\mathbf{D}_c.$$

И тогда преобразованная система УРМ имеет вид

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_b & \mathbf{D}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_b^T \\ \mathbf{E}_c \end{bmatrix} \mathbf{X}_c = \mathbf{0}. \tag{4}$$

Проблема системы уравнений (4) состоит в том, что число переменных, равное числу хорд, не совпадает с числом уравнений, равным числу ветвей.

**3. Алгоритм составления уравнений физической системы с помощью графов.** Для вывода уравнений физических систем используют так называемые кодированные орграфы [6].

Если графы строятся путем замены двухполюсников ребрами, то кодирование представляет собой обратный процесс, реставрацию той физической системы, которую определяет граф. Кодом $j$-го ребра (или $j$-й дуги) называют приписываемое этому ребру (дуге) выражение, связывающее $j$-ю последовательную и $j$-ю параллельную переменные. Если коды выражают зависимости последовательных переменных от параллельных, то совокупность всех таких соотношений может быть записана следующим образом:

$$\mathbf{X} = \mathbf{MY} \tag{5}$$

или

$$\mathbf{Y} = \mathbf{NX},$$

здесь $\mathbf{X}$, $\mathbf{Y}$ — векторы всех последовательных и параллельных переменных; $\mathbf{M}$ и $\mathbf{N}$ — диагональные матрицы для систем, образованных двухполюсниками, $\mathbf{M} = \mathbf{N}^{-1}$.

Для электрических систем $\mathbf{N}$ — матрица сопротивлений (импедансов), $\mathbf{M}$ — матрица проводимостей (адмитансов).

Среди параллельных переменных независимыми являются параллельные переменные ветвей, поэтому уравнения для параллельных переменных, составленные с привлечением графов, называют уравнениями ветвей. Получая уравнения с помощью графов, используют свойства матриц коэффициентов УБЦ и УРМ, что позволяет упростить процесс вывода, алгоритмизировать его и довести до автоматизма. Если исходить из предположения, что система образована лишь пассивными двухполюсниками, то все дуги графа имеют коды.

Запишем определяемые исходным орграфом УРМ:

$$\mathbf{DX} = \mathbf{0} \text{ или } \begin{bmatrix}\mathbf{E}_b & \mathbf{D}_c\end{bmatrix} \begin{bmatrix}\mathbf{X}_b \\ \mathbf{X}_c\end{bmatrix} = \mathbf{0}.$$

Вектор последовательных переменных посредством зависимости (5) выразим через вектор параллельных переменных:

$$\begin{bmatrix}\mathbf{E}_b & \mathbf{D}_c\end{bmatrix} \mathbf{M} \begin{bmatrix}\mathbf{Y}_b \\ \mathbf{Y}_c\end{bmatrix} = \mathbf{0}.$$

Теперь применим формулу (2), позволяющую параллельные переменные всех дуг выразить через параллельные переменные только ветвей:

$$\begin{bmatrix}\mathbf{E}_b & \mathbf{D}_c\end{bmatrix} \mathbf{M} \begin{bmatrix}\mathbf{E}_b \\ \mathbf{D}_c^T\end{bmatrix} \mathbf{Y}_b = \mathbf{0} \tag{6}$$

или

$$\mathbf{DMD}^T\mathbf{Y}_b = \mathbf{0}.$$

Выражение (6) и представляет совокупность уравнений в форме уравнений ветвей.

Обращаясь к методу составления уравнений относительно последовательных переменных с помощью графов, используем описанные правила составления уравнений относительно параллельных переменных.

Уравнения для последовательных переменных, полученные с помощью орграфов систем, называются уравнениями хорд. Исходными для них служат УБЦ:

$$\begin{bmatrix}\mathbf{C}_b & \mathbf{E}_c\end{bmatrix} \begin{bmatrix}\mathbf{Y}_b \\ \mathbf{Y}_c\end{bmatrix} = \mathbf{0}.$$

И с учетом кодирования (при отсутствии источников переменных) имеем, что

$$\begin{bmatrix}\mathbf{C}_b & \mathbf{E}_c\end{bmatrix} \mathbf{N} \begin{bmatrix}\mathbf{X}_b \\ \mathbf{X}_c\end{bmatrix} = \mathbf{0}.$$

Принимая во внимание, что независимыми последовательными являются последовательные переменные хорд, аналогично системе уравнений (6) получаем уравнения

$$\begin{bmatrix}\mathbf{C}_b & \mathbf{E}_c\end{bmatrix} \mathbf{N} \begin{bmatrix}\mathbf{C}_b^T \\ \mathbf{E}_c\end{bmatrix} \mathbf{X}_c = \mathbf{CNC}^T\mathbf{X}_c = \mathbf{0}. \tag{7}$$

Если система содержит активные двухполюсники — источники параллельных и последовательных переменных (которые кодов не имеют), то вывод уравнений не усложняется существенно. Следует только условиться источники параллельных переменных (напряжений, скоростей) включать в число первых ветвей, а источники последовательных переменных (токов, сил) — в число последних хорд. Тогда описанные выше операции осуществляются над усеченными матрицами $\mathbf{D}$ и $\mathbf{C}$, полученными отделением соответствующих первых и последних ее столбцов, а отделенные столбцы умножаются на функции, определяющие законы изменения параллельных и последовательных переменных, генерируемых источниками.

Так, система УРМ преобразуется к виду

$$\left[\mathbf{D}_{b1}\mathbf{D}_{b2}\mathbf{D}_{c1}\mathbf{D}_{c2}\right]\begin{bmatrix}\mathbf{X}_{b1}\\ \mathbf{X}_{b2}\\ \mathbf{X}_{c1}\\ \mathbf{X}_{c2}\end{bmatrix}=\mathbf{0},\qquad \mathbf{D}_{b1}\mathbf{X}_{b1}+\mathbf{D}_{b2}\mathbf{X}_{b2}+\mathbf{D}_{c1}\mathbf{X}_{c1}+\mathbf{D}_{c2}\mathbf{X}_{c2}=\mathbf{0},$$

$$\mathbf{D}_{b1}\mathbf{X}_{b1}+\left[\mathbf{D}_{b2}\mathbf{D}_{c1}\right]\begin{bmatrix}\mathbf{X}_{b2}\\ \mathbf{X}_{c1}\end{bmatrix}+\mathbf{D}_{c2}\mathbf{X}_{c2}=\mathbf{0},\qquad \mathbf{D}_{b1}\mathbf{X}_{b1}+\mathbf{D}'\begin{bmatrix}\mathbf{X}_{b2}\\ \mathbf{X}_{c1}\end{bmatrix}+\mathbf{D}_{c2}\mathbf{X}_{c2}=\mathbf{0},$$

где размерности матриц: $\mathbf{D}_{b1}$ — $b\times n_{||}$, $\mathbf{D}_{b2}$ — $b\times(b-n_{||})$, $\mathbf{D}_{c1}$ — $c\times(c-n\_)$, $\mathbf{D}_{c2}$ — $c\times n\_$, $n_{||}$ — число источников параллельных переменных, $n\_$ — число источников последовательных переменных. Для примера рассмотрим систему, изображенную на рис. 2.

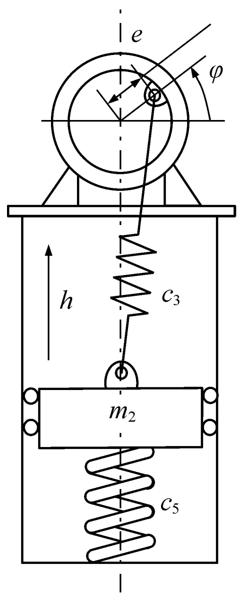


*Рис. 2.* Механическая насосная система

В состав системы входит платформа, способная перемещаться по вертикали, скользя в направляющих. Перемещение платформы сопровождается деформацией упругого основания, массой которого можно пренебречь, и сопротивлением, пропорциональным скорости перемещения. Возмущение является упругой силой, действующей на платформу со стороны пружины жесткостью $c_3$, эксцентрически скрепленной с валом двигателя и деформируемой при его вращении.

Чтобы определить упругое возмущение в системе, положим, что в положении равновесия пружина жесткостью $c_3$ не деформирована, когда точка ее крепления к валу находится на горизонтали, проходящей через ось вала. Если крепление выше горизонтали, пружина растянута, ниже горизонтали — сжата. В положении, отвечающем углу $\varphi$ поворота вала, отсчитываемому от горизонтали до отрезка, соединяющего ось с точкой крепления пружины, деформация приближенно равна $e\sin\varphi$, где $e$ —

расстояние от оси вала до точки крепления (эксцентриситет). Точность этого выражения тем выше, чем меньше отношение величины $e$ к длине пружины. Упругая сила, действующая на платформу, складывается из указанной деформации и смещения $h$: $c_3(e\sin\varphi - h)$. Если мощность двигателя достаточно велика и вал вращается с постоянной угловой скоростью $\omega$, то упругая сила носит гармонический характер: $f_3 = c_3 e \sin\omega t$. Уравнение движения системы в форме уравнения Лагранжа второго рода имеет вид

$$m_2\ddot{h} + r_4\dot{h} + ch = c_3 e \sin\omega t,$$

где $c = c_3 + c_5$.

Для вывода уравнения в форме уравнений ветвей построим схему этой системы и соответствующий ей орграф (рис. 3 и 4).

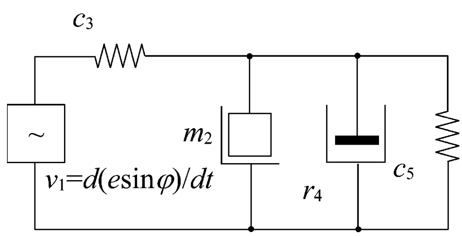


*Рис. 3.* Схема механической насосной системы

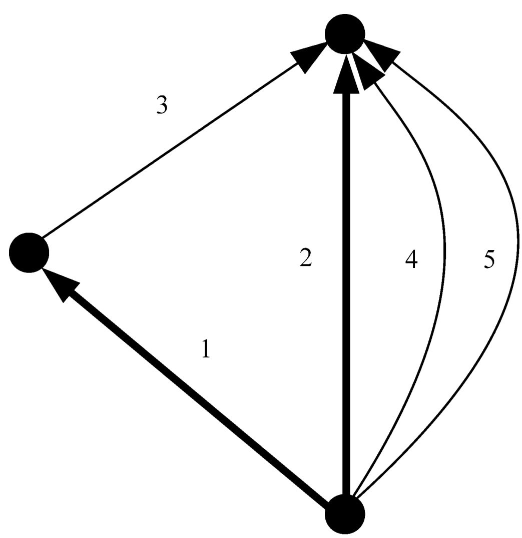


*Рис. 4.* Граф механической насосной системы

Двигатель с эксцентрически закрепленным на его валу концом пружины жесткостью $c_3$ (положим, что конец пружины совершает вертикальные перемещения $h \approx e\sin\varphi$) заменим источником скорости. Руководствуясь правилами индексации дуг [6], дугу, отвечающую источнику скорости, снабдим индексом 1. Каждой дуге должен отвечать определенный порядковый номер, индексы на схеме и орграфе совпадают с индексами на рис. 2, а ориентация дуг определяется тем, что положительное направление перемещений на схеме отвечает направлению от общей системы отсчета вверх по вертикали.

Дерево включает ветви, представляющие источник скорости $v_1$ и массу $m_2$. Соответствующие УРМ таковы:

$$\begin{bmatrix} +1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} f_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_5 \end{bmatrix} = \mathbf{0}.$$

Матрица $\mathbf{M}$ в уравнениях кодов $\mathbf{F} = \mathbf{MV}$ (вектор скоростей $\mathbf{V} = (v_2, v_3, v_4, v_5)^T$) имеет вид

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_2 p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 p^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_5 p^{-1} \end{bmatrix},$$

где $p = \dfrac{d}{dt}$ — оператор дифференцирования по времени.

Отсекая первый столбец матрицы системы УРМ

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_b & \mathbf{D}_c \end{bmatrix} \mathbf{M} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_b \\ \mathbf{D}_c^T \end{bmatrix} \mathbf{Y}_b = \mathbf{0}$$

и записывая уравнения ветвей в форме (7), получаем, что

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} f_1 + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_2 p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 p^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_5 p^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & +1 \\ -1 & +1 \\ 0 & +1 \\ 0 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \mathbf{0},$$

или после перемножения матриц

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} f_1 + \begin{bmatrix} c_3 p^{-1} & -c_3 p^{-1} \\ -c_3 p^{-1} & m_2 p + c_3 p^{-1} + r_4 + c_5 p^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \mathbf{0}.$$

В результате имеем два уравнения. Первое из них определяет силу, действующую вдоль последовательно соединенных двухполюсников — источника скорости $v_1$ и жесткости $c_3$:

$$f_1 = c_3 p^{-1}(v_2 - v_1).$$

Второе уравнение запишем в традиционной форме, полагая, что $v_1 = \dfrac{d}{dt}(e \sin\varphi),\ v_2 = \dot{h}$:

$$m_2 \ddot{h} + r_4 \dot{h} + (c_3 + c_5) h = c_3 e \sin\varphi.$$

Оно совпадает с уравнением в форме Лагранжа второго рода.

Таким образом, реализация алгоритма составления уравнений физической системы с помощью графов позволяет построить математическую модель, которая обеспечивает единственность решения, поскольку число уравнений равно числу переменных.

**4. Заключение.** В настоящей работе разработаны алгоритм преобразования системы уравнений базисных циклов и алгоритм составления уравнений физической системы с помощью графов.

Полученная математическая модель системы, представленная в виде системы уравнений (системы алгебраических уравнений для линейных систем), позволяет получить единственное решение.

Работа алгоритмов проиллюстрирована на примере механической системы, однако они могут быть распространены на системы другой природы с помощью электромеханических или электроэкономических аналогий.

### Литература

1. *Нечепуренко М. И., Попков В. К., Майнагашев С. М.* Алгоритмы и программы решения задач на графах и сетях. Новосибирск: Наука, 1990. 520 с.

2. *Седжвик Р.* Фундаментальные алгоритмы на C++ / пер. с англ. А. А. Моргунова; под ред. Ю. Н. Артеменко. М.: Вильямс, 2016. 1056 с.

3. *Новиков Ф. А.* Дискретная математика для программистов. СПб.: Питер, 2004. 368 с.

4. *Курапов С. В., Давидовский М. В.* Проверка планарности и построение топологического рисунка плоского графа (поиском в глубину) // Прикладная дискретная математика. 2016. № 2 (32). С. 100–114. https://doi.org/10.17223/20710410/32/7

5. *Свами М., Тхуласираман К.* Графы, сети и алгоритмы / пер. с англ. М. В. Горбатовой и др.; под ред. В. А. Горбатова. М.: Мир, 1984. 455 с.

6. *Львович А. Ю.* Электромеханические системы. Л.: Изд-во Ленинградского государственного университета, 1989. 296 с.

7. *Карпов А. Г., Клемешев В. А., Куранов Д. Ю.* Определение работоспособности системы, структура которой задана графом // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2020. Т. 16. Вып. 1. С. 41–49. https://doi.org/10.21638/11702/spbu10.2020.104.

Статья поступила в редакцию 30 июня 2023 г.
Статья принята к печати 26 декабря 2023 г.

Контактная информация:

*Карпов Андрей Геннадьевич* — д-р техн. наук, проф.; a.g.karpov@spbu.ru

*Егоров Николай Васильевич* — д-р физ.-мат. наук, проф.; n.egorov@spbu.ru

## Algorithms for compiling a mathematical model of physical systems using graphs

*A. G. Karpov, N. V. Egorov*

St. Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab., St. Petersburg, 199034, Russian Federation

**For citation:** Karpov A. G., Egorov N. V. Algorithms for compiling a mathematical model of physical systems using graphs. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2024, vol. 20, iss. 1, pp. 10–19. https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2024.102 (In Russian)

A system of algorithms for compiling a mathematical model of physical systems, the structure of which is given using graphs of great complexity, is proposed. The proposed algorithms can be used not only to develop new systems, but also to diagnose operating equipment and troubleshooting. The resulting mathematical model of the system, presented in the form of a system of equations, allows us to obtain a unique solution. The operation of the algorithms is illustrated using the example of a mechanical system, but the results of the work can be extended to systems of a different nature using electromechanical or electroeconomic analogies.

*Keywords*: graph, graph connectivity, fundamental cycle.

## References

1. Nechepurenko M. I., Popkov V. K., Mainagashev S. M. *Algoritmy i programmy resheniya zadach na grafah i setyah* [*Algorithms and programs for solving problems on graphs and networks*]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1990, 520 p. (In Russian)

2. Sedgewick R. *Algorithms in C++.* Boston, Addison-Wesley Professional, 2009, 672 p. (Rus. ed.: Sedgewick R. *Algoritmy na C++.* Moscow, Williams Publ., 2016, 1056 p.)

3. Novikov F. A. *Diskretnaya matematika dlya programmistov* [*Discrete mathematics for programmers*]. St. Petersburg, Piter Publ., 2004, 368 p. (In Russian)

4. Kurapov S. V., Davidovsky M. V. Proverka planarnosti i postroenie topologicheskogo risunka ploskogo grafa (poiskom v glubinu) [Planarity testing and constructing the topological drawing of a plane graph (DFS)]. *Prikladnaya Diskretnaya Matematika* [*Applied Discrete Mathematics*], 2016, no. 2 (32), pp. 100–114. https://doi.org/10.17223/20710410/32/7 (In Russian)

5. Swamy M. N. S., Thulasiraman K. *Graphs, networks, and algorithms.* New York, Wiley-Interscience, 1981, 592 p. (Rus. ed.: Swamy M., Thulasiraman K. *Grafy, seti i algoritmy.* Moscow, Mir Publ., 1984, 455 p.)

6. L'vovich A. Yu. *Elektromehanicheskie sistemy* [*Electromechanical systems*]. Leningrad, Leningrad State University Press, 1989, 296 p. (In Russian)

7. Karpov A. G., Klemeshev V. A., Kuranov D. Yu. Opredelenie rabotosposobnosti systemy, struktura kotoroy zadana grafom [Determining the ability to work of the system, the structure of which is given using graph]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2020, vol. 16, iss. 1, pp. 41–49. https://doi.org/10.21638/11702/spbu10.2020.104 (In Russian)

Received: June 30, 2023.
Accepted: December 26, 2023.

Authors' information:

*Andrey G. Karpov* — Dr. Sci. in Technics, Professor; a.g.karpov@spbu.ru

*Nikolay V. Egorov* — Dr. Sci. in Physics and Mathematics, Professor; n.egorov@spbu.ru