УДК 622.691.48+550.34.013.4
MSC 00A71

Идентификация места утечки газа малой и средней интенсивности в газопроводах средних и сверхвысоких давлений

Г. И. Курбатова, В. А. Клемешев

Санкт-Петербургский государственный университет, Российская Федерация,
199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Для цитирования: *Курбатова Г. И., Клемешев В. А.* Идентификация места утечки газа малой и средней интенсивности в газопроводах средних и сверхвысоких давлений // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2023. Т. 19. Вып. 2. С. 218–232.
https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2023.208

Представлен эффективный метод расчета места стационарной утечки газа в скважинах и газопроводах средних и сверхвысоких давлений. Предложен алгоритм построения по экспериментальным данным зависимости от давления и температуры коэффициента сжимаемости газовой смеси с преобладанием метана в области сверхвысоких давлений. Алгоритм расчета координаты места утечки основан на методе Беллмана квазилинеаризации нелинейных задач, в котором дополнительно на каждой итерации используется гипотеза о линейной зависимости давления и температуры от координаты места утечки. Рассмотрен вопрос выбора начального приближения, обосновано преимущество расчета начального приближения по упрощенной неизотермической модели течения. Приведены примеры решения задач, представляющих практический интерес, и продемонстрирована высокая точность расчета местоположения утечки газа по разработанному алгоритму в газопроводах средних (порядка 9 МПа) и сверхвысоких (порядка 20 МПа) давлений при средних и малых утечках газа.

Ключевые слова: место утечки, газопроводы, сверхвысокие давления, уравнения состояния, коэффициент сжимаемости, математические модели, метод идентификации параметра.

1. Введение. Большинство известных аварий на различных газопроводах связано с их разгерметизацией. Повышение надежности и безопасности транспортировки газа по трубам невозможно без решения задачи обнаружения и устранения утечки газа. Как известно, особенно сложной является задача расчета местоположения малых утечек в подземных и морских газопроводах большой протяженности. В настоящее время предложено немало подходов к нахождению места утечки газа в трубах и скважинах. Обзор публикаций по этой теме содержится, например, в работах [1–4]. В [3] приведен обзор работ как по обнаружению утечек с помощью моделирования процессов в газопроводах, так и по новым тенденциям, связанным с использованием контрольно-измерительных зондов. Краткому обзору внутренних (модельных) и внешних (акустических, оптических) методов обнаружения утечки газа в трубопроводах посвящена статья [4].

Настоящая работа продолжает исследование метода расчета места установившейся утечки газа, представленное в [5]. Метод относится к внутренним (модельным) методам, которые отличаются экономичностью и простотой реализации. Он позволяет

© Санкт-Петербургский государственный университет, 2023

рассчитать место утечки газа по данным измерений давления и расхода на входе и выходе из газопровода (или по этим данным на каждом из участков, на которые разбивается протяженный газопровод).

Точность расчета места утечки модельными методами зависит от адекватности выбранной модели течения в штатном режиме (без утечки). Адекватность модели обеспечивается выбором уравнения состояния, выбором зависимости удельной изобарной теплоемкости от давления и температуры [6] и выбором зависимостей коэффициента гидравлического сопротивления и суммарного коэффициента теплопередачи от параметров задачи [7]. Как отмечается в книге [7], надежнее всего рассчитывать постоянные средние значения коэффициента гидравлического сопротивления и суммарного коэффициента теплопередачи на исследуемом участке газопровода методом идентификации параметров. Точность расчета места утечки зависит, кроме того, от точности измерения расхода и давления газа. В настоящее время существуют датчики давления, температуры и расхода газа, обеспечивающие необходимую точность их измерения (см., например, [8, 9]).

Представленный в работе итерационный алгоритм расчета места утечки газа по выбранной модели течения базируется на методе квазилинеаризации нелинейных краевых задач Беллмана и содержит ряд особенностей, которые обеспечили эффективность этого алгоритма. Так, дополнительно на каждой итерации используется гипотеза о линейной зависимости давления и температуры от искомой координаты места утечки. Справедливость этой гипотезы для средних и сверхвысоких давлений обоснована в работах [4, 5]. Анализ различных вариантов задания начального приближения для координаты места утечки показал, что наибольшую точность расчета и максимальную скорость сходимости итерационного процесса обеспечивает задание начального приближения, рассчитанного по упрощенной неизотермической модели течения [10, 11].

2. Математическая модель установившегося течения смеси газов по газопроводу постоянного круглого сечения. Как известно [12], одномерная модель установившегося неизотермического течения газа по трубам при постоянных λ, β, c_p записывается следующим образом:

$$\rho u S = Q^0, \tag{1}$$

$$\frac{d}{dz}(p + \rho u^2) = -\frac{\lambda \rho u |u|}{4R} + \rho g \cos \alpha_z, \tag{2}$$

$$\rho u c_p \frac{dT}{dz} = \rho u T \left(\frac{\partial (1/\rho)}{\partial T} \right)_p \frac{dp}{dz} + \frac{\lambda \rho u^2 |u|}{4R} - 2\beta \frac{T - T^*}{R}, \tag{3}$$

$$\rho = \frac{p}{R_g T Z}, \tag{4}$$

$$Z = Z(p, T). \tag{5}$$

В системе уравнений (1)–(5) $Z(p,T)$ — коэффициент сжимаемости газовой смеси; R_g — газовая постоянная, зависящая от состава газовой смеси; z, L — координата вдоль оси газопровода и его длина; ρ, p, T, u — плотность, давление, температура и скорость газа соответственно; R, S — внутренний радиус и площадь поперечного сечения газопровода; g — ускорение свободного падения; α_z — угол между направлением силы тяжести и осью газопровода в z-м сечении; λ — коэффициент гидравлического сопротивления; β — суммарный коэффициент теплопередачи; c_p — удельная изобарная теплоемкость газовой смеси; Q^0 — массовый расход газа на входе; T^* — температура окружающей среды.

Система уравнений (1)–(5) дополняется граничным условием на входе в газопровод:

$$z = 0: \quad p = p_e, \quad T = T_e. \tag{6}$$

В общем случае величины λ, β и c_p являются функциями давления, температуры газа и параметров конструкции газопровода. Адекватность математической модели (1)–(5) зависит от выбора коэффициента сжимаемости $Z(p, T)$ и величин λ, β, c_p в исследуемом диапазоне изменений давления и температуры. В книге [7] подробно рассмотрены методы расчета λ, β, c_p и приведены оценки влияния их непостоянства на рассчитываемые характеристики течения.

Система уравнений (1)–(5) с граничным условием (6) приводится к безразмерному виду. Безразмерные величины вводятся следующим образом:

$$\begin{gathered}\tilde{z} = \frac{z}{L}, \quad \tilde{p} = \frac{p}{p_c}, \quad \tilde{T} = \frac{T}{T_c}, \quad \rho_c = \frac{p_c}{R_g\, T_c\, Z_c}, \quad \tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_c}, \quad \tilde{u} = \frac{u\rho_c S}{Q^0}, \\ p_0 = \frac{p_e}{p_c}, \quad T_0 = \frac{T_e}{T_c}, \quad T_s = \frac{T^*}{T_c}, \quad Z_c = Z(p_c, T_c).\end{gathered} \tag{7}$$

В (7) p_c и T_c — критические давление и температура газовой смеси. Расчеты проводились для смеси газов из 12 компонент с преобладанием метана. Состав смеси, значения p_c и T_c, а также величина газовой постоянной R_g смеси взяты из книги [7], они приведены далее в наборе параметров (см. с. 228, формула (42)).

В безразмерной форме система уравнений (1)–(5) и граничное условие (6) записываются для горизонтальных трасс следующим образом (волнистые линии у безразмерных величин опущены везде, где это не приводит к двусмысленности):

$$\rho u = 1, \tag{8}$$

$$\frac{d}{dz}\left(p + m_1 \frac{TZ}{p}\right) = -m_2 \frac{TZ}{p}, \tag{9}$$

$$\frac{dT}{dz} = m_3 \frac{T}{p}\left(Z + T\frac{\partial Z}{\partial T}\right)\frac{dp}{dz} + m_2 m_3 \left(\frac{TZ}{p}\right)^2 - m_4(T - T_s), \tag{10}$$

$$\rho = pZ_c/(T\, Z), \tag{11}$$

$$Z = Z(p, T). \tag{12}$$

$$z = 0: \ p = p_0, \ T = T_0. \tag{13}$$

Безразмерные комплексы $m_1, \ldots, m_4$ для постоянных величин λ, β, c_p равны

$$\begin{gathered}m_1 = \left(\frac{Q}{S}\right)^2 \frac{R_g T_c}{p_c^2}, \quad m_2 = m_1 \frac{\lambda L}{4R}, \quad m_3 = \frac{R_g}{c_p}, \\ m_4 = \frac{2L\,\beta\, S}{Rc_p Q}, \quad S = \pi R^2.\end{gathered} \tag{14}$$

3. Расчет средних постоянных величин c_p и λ. Алгоритм расчета c_p зависит от вида уравнения состояния. При давлениях на входе в газопровод, не превышающих 10 МПа, коэффициент сжимаемости $Z(p, T)$ может быть рассчитан по уравнению Бертло, приведенному далее (см. с. 225). В работе [11] для этого случая получено явное аналитическое выражение для среднеинтегральной величины $< c_p >$, которое позволяет непосредственно рассчитать постоянное среднее значение c_p в заданной области изменений давления и температуры для смеси газов заданного состава.

Сложнее обстоит дело в области сверхвысоких давлений, в которой универсальная зависимость коэффициента сжимаемости $Z(p,T)$ является весьма громоздкой [11]. Поэтому в области высоких давлений значение $c_p(p,T)$ рассчитывалось по алгоритму, основанному на аналитическом уравнении состояния Редлиха — Квонга [7]. Далее выбиралось среднее значение $c_p(p,T)$ в заданной области изменений давления и температуры.

Для расчета коэффициента гидравлического сопротивления λ известен целый ряд полуэмпирических законов, таких как законы Коулбрука — Уайта, Хааланда, СТО Газпром и др. [7]. Коэффициент гидравлического сопротивления λ зависит от числа Рейнольдса Re, коэффициента k_s эквивалентной равномерно-зернистой шероховатости внутренней поверхности газопровода и от его внутреннего радиуса R. Число Рейнольдса Re выражается через расход Q газа, внутренний радиус R и коэффициент динамической вязкости μ, являющийся функцией давления и температуры. Расчеты приведенных далее вариантов транспортировки газа проводились для газопровода с внутренним радиусом $R = 0.5$ м и коэффициентом шероховатости $k_s = 1.3 \cdot 10^{-5}$ м; коэффициент динамической вязкости $\mu(p,T)$ определялся по формуле Дина — Стила [7]. Расчет λ проводился по закону, рекомендованному СТО Газпром, который приведен в нормах технологического проектирования магистральных газопроводов [13]. Заметим, что найденное таким образом значение λ для всех рассмотренных вариантов расхода и давления на входе было меньше, чем рассчитанное по закону Хааланда [7]. Но тенденция изменения λ с изменением Q, p, T по обоим законам была одинаковой. Далее выбиралось среднее значение $\lambda(Q,p,T)$ при заданном расходе Q в заданной области изменений давления и температуры.

4. Прямая задача. ***Расчет распределений давления и температуры при заданной утечке газа.*** В штатном режиме, т. е. при отсутствии утечки газа, расход на выходе равен расходу на входе в газопровод. Ситуация изменяется при наличии утечки. Обозначим размерную координату сечения газопровода, в котором происходит утечка газа, через z_a.

Предполагается, что при возникновении стационарной утечки, связанной с разгерметизацией газопровода, спустя некоторое время устанавливается новый стационарный режим, при котором на выходе из газопровода давление P_L^l и расход принимают новые значения, при этом выполняется равенство

$$Q = \begin{cases} Q^0 & \text{при} \quad 0 \leqslant z < z_a, \\ Q^l & \text{при} \quad z_a \leqslant z \leqslant L. \end{cases}$$

Разность $\delta Q = Q^0 - Q^l$ определяет размер утечки газа. Величины Q^0, Q^l — размерные, P_L^l — размерное давление на выходе из газопровода при наличии утечки. Безразмерная модель (8)–(13), разрешенная относительно производных, приводится к виду

$$\begin{gathered} \rho u = 1, \\ \frac{dp}{dz} = \frac{f_5 - f_2 f_6}{f_1 - f_2 f_3} = F_1(p,T), \\ \frac{dT}{dz} = \frac{f_1 f_6 - f_3 f_5}{f_1 - f_2 f_3} = F_2(p,T), \\ \rho = p\, Z_c / \big(T Z(p,T)\big). \end{gathered} \tag{15}$$

Зависимости безразмерных функций $f_1, \ldots, f_6$ в системе (15) от безразмерных p и T и от безразмерных комплексов $m_1, \ldots, m_4$ (14) имеют вид

$$
\begin{gathered}
f_1(p,T) = 1 + m_1 \frac{T}{p}\left(-\frac{Z}{p} + \frac{\partial Z}{\partial p}\right),\\
f_2(p,T) = \frac{m_1}{p}\left(Z + T\frac{\partial Z}{\partial T}\right),\\
f_3(p,T) = -m_3 \frac{T}{p}\left(Z + T\frac{\partial Z}{\partial T}\right),\\
f_5(p,T) = -m_2 TZ/p,\\
f_6(p,T) = m_2 m_3 (TZ/p)^2 - m_4(T - T_s).
\end{gathered}
$$

Обозначим безразмерную координату места утечки через l_a, $l_a = z_a/L$. Координата l_a в прямой задаче считается известной. Газопровод разбивается на два участка:

$$z \in [0, l_a] \quad \text{и} \quad z \in [l_a, 1].$$

На первом участке система (15) решается в области $z \in [0, l_a]$ с безразмерными комплексами (14), рассчитанными при Q^0, $\lambda(Q^0, p, T)$, с граничным условием (13). На втором участке система (15) решается в области $z \in [l_a, 1]$ с безразмерными комплексами (14), рассчитанными при Q^l, $\lambda(Q^l, p, T)$, с граничным условием

$$z = l_a\colon \qquad p_2 = p_1(l_a), \quad T_2 = T_1(l_a),$$

в котором величины $p_1(l_a)$, $T_1(l_a)$ рассчитаны на первом участке.

В результате решения прямой задачи при заданных величинах l_a, p_e, T_e, Q^0 и Q^l определяются распределения безразмерных давления и температуры на первом и втором участках: $p_1(z)$, $T_1(z)$, $p_2(z)$, $T_2(z)$.

5. Обратная задача. ***Расчет*** $\boldsymbol{l_a}$**.** Обратная задача расчета l_a решается методом идентификации параметра, в котором предполагается, что искомый параметр l_a входит в правые части дифференциальных уравнений системы (15). Это, как показано в [12], достигается введением новых безразмерных координат, определенных следующими равенствами:

на первом участке

$$y = z/(2l_a), \quad z \in [0, l_a] \to y \in [0, 1/2],$$

на втором участке

$$x = 1 - \frac{1-z}{2(1-l_a)}, \quad z \in [l_a, 1] \to x \in [1/2, 1].$$

Безразмерная система уравнений (15) для первого участка, дополненная условием неизменности параметра l_a, записывается таким образом:

$$
\begin{aligned}
&\frac{dp_1}{dy} = 2l_a F_1(p_1, T_1) = \Phi_1(p_1, T_1, l_a),\\
&\frac{dT_1}{dy} = 2l_a F_2(p_1, T_1) = \Phi_2(p_1, T_1, l_a),\\
&\frac{dl_a}{dy} = 0.
\end{aligned} \tag{16}
$$

Граничное условие на входе в первый участок для системы (16) имеет вид

$$y = 0: \qquad p_1 = p_0, \quad T_1 = T_0. \tag{17}$$

Для второго участка безразмерная система уравнений (15), дополненная условием неизменности параметра l_a, записывается так:

$$\begin{aligned} &\frac{dp_2}{dx} = 2(1 - l_a)\tilde{F}_1(p_2, T_2) = \Psi_1(p_2, T_2, l_a), \\ &\frac{dT_2}{dx} = 2(1 - l_a)\tilde{F}_2(p_2, T_2) = \Psi_2(p_2, T_2, l_a), \\ &\frac{dl_a}{dx} = 0. \end{aligned} \tag{18}$$

Граничное условие на входе во второй участок для системы (18) имеет вид

$$x = 1/2: \qquad p_2 = p_1(1/2), \quad T_2 = T_1(1/2). \tag{19}$$

В системе (18) функции $\tilde{F}_1(p_2, T_2)$ и $\tilde{F}_2(p_2, T_2)$ рассчитываются при безразмерных комплексах (14), в которых расход и коэффициент гидравлического сопротивления соответствуют второму участку.

На первом и втором участках задача идентификации параметра l_a решается методом квазилинеаризации Беллмана. Подробно этот метод описан, например, в книге [7]. Решение как системы (16), так и системы (18) ищется итерационно, на каждой итерации системы нелинейных уравнений линеаризуются относительно предыдущей итерации.

Продемонстрируем алгоритм метода на примере решения системы (16) на первом участке. Для наглядности представим данную систему в векторной форме:

$$\frac{d\mathbf{u}}{dy} = \mathbf{\Phi}(\mathbf{u}), \quad \mathbf{u} = \begin{pmatrix} p_1(y) \\ T_1(y) \\ l_a \end{pmatrix}, \quad \mathbf{\Phi} = \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{20}$$

Расчет l_a ***на*** $(s+1)$***-й итерации.*** На s-й итерации вектор неизвестных считается найденным. Вектор неизвестных $\mathbf{u}^{s+1}$ на $(s+1)$-й итерации определяется из следующего линеаризованного уравнения:

$$\frac{d\mathbf{u}^{s+1}}{dy} = \mathbf{\Phi}(\mathbf{u}^s) + \mathbf{J}^s_\Phi(\mathbf{u}^{s+1} - \mathbf{u}^s). \tag{21}$$

Матрица Якоби $\mathbf{J}^s_\Phi$, равная

$$\mathbf{J}^s_\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_{1p_1} & \Phi_{1T_1} & \Phi_{1l_a} \\ \Phi_{2p_1} & \Phi_{2T_1} & \Phi_{2l_a} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{22}$$

в каждой точке (y) первого участка рассчитывается при значениях давления $p_1^s(y)$, температуры $T_1^s(y)$ и l_a^s, найденных на s-й итерации. Элементы матрицы Якоби являются частными производными от функций Φ_1, Φ_2 по p_1, T_1 и l_a.

Дальнейшее упрощение уравнения (21) основано на гипотезе о линейной зависимости p_1^{s+1} и T_1^{s+1} от параметра l_a^{s+1} в каждой точке (y) первого участка при исследуемых величинах утечки из рассматриваемого диапазона изменений давления и температуры:

$$
\begin{aligned}
p_1^{s+1}(y) &= a_1(y) l_a^{s+1} + a_3(y), \\
T_1^{s+1}(y) &= a_2(y) l_a^{s+1} + a_4(y).
\end{aligned} \tag{23}
$$

Проведенное по прямой задаче численное исследование зависимости давления и температуры от безразмерной координаты места утечки при разных значениях расхода и различных величинах утечки газа подтвердило обоснованность этой гипотезы и для первого, и для второго участков как для средних давлений, не превышающих 10 МПа [5], так и для сверхвысоких давлений (порядка 20 МПа [4]) при наборе характерных неизменных параметров задачи (см. с. 228, формула (42)).

В векторной форме линейные представления (23) записываются следующим образом:

$$
\mathbf{u}^{s+1} = \mathbf{C}\mathbf{u}^{s+1} + \mathbf{g}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_1(y) \\ 0 & 0 & a_2(y) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{pmatrix} a_3(y) \\ a_4(y) \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{24}
$$

Линеаризованное уравнение (21) с учетом представления вектора $\mathbf{u}^{s+1}$ (24) приводит к таким уравнениям относительно матрицы $\mathbf{C}$ и вектора $\mathbf{g}$:

$$
\frac{d\mathbf{C}}{dy} = \mathbf{J}_\Phi^s \mathbf{C}, \tag{25}
$$

$$
\frac{d\mathbf{g}}{dy} = \mathbf{\Phi}(\mathbf{u}^s) + \mathbf{J}_\Phi^s(\mathbf{g} - \mathbf{u}^s). \tag{26}
$$

Матричное уравнение (25) эквивалентно системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функций $a_1(y)$ и $a_2(y)$, а векторное уравнение (26) эквивалентно системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функций $a_3(y)$ и $a_4(y)$. Граничные условия для функций $a_1(y)$, $a_2(y)$, $a_3(y)$, $a_4(y)$ следуют из граничного условия (17), справедливого на любой итерации, и из линейного представления (23). Эти граничные условия имеют вид

$$
y = 0: \qquad a_1 = 0, \quad a_2 = 0, \quad a_3 = p_0, \quad a_4 = T_0. \tag{27}
$$

В результате численного решения этих двух систем обыкновенных дифференциальных уравнений рассчитываются функции $a_1(y)$, $a_2(y)$, $a_3(y)$, $a_4(y)$, в частности, их значения при $y = 1/2$.

На втором участке аналогичным образом решается система (18) с граничным условием (19). Используется гипотеза о линейной зависимости функций $p_2^{s+1}(x)$ и $T_2^{s+1}(x)$ от l_a^{s+1} в каждой точке (x) второго участка:

$$
\begin{aligned}
p_2^{s+1}(x) &= b_1(x) l_a^{s+1} + b_3(x), \\
T_2^{s+1}(x) &= b_2(x) l_a^{s+1} + b_4(x).
\end{aligned} \tag{28}
$$

Функции $b_1(x)$, $b_2(x)$, $b_3(x)$, $b_4(x)$ рассчитываются при граничных условиях

$$
x = 1/2: \qquad b_k = a_k(1/2), \ k = 1, \ldots, 4, \tag{29}
$$

которые следуют из условий (19), справедливых на любой итерации. По рассчитанным функциям $b_1(x)$ и $b_3(x)$ определяются величины $b_1(1)$ и $b_3(1)$ на конце газопровода. Из линейного представления (28) при $x = 1$ для давления на конце газопровода следует равенство

$$
p_2^{s+1}(1) = b_1(1) l_a^{s+1} + b_3(1),
$$

которое приводит к такому выражению для величины l_a^{s+1}:

$$l_a^{s+1} = \frac{p_2^{s+1}(1) - b_3(1)}{b_1(1)}. \tag{30}$$

Давление $p_2^{s+1}(1)$ на выходе из газопровода при утечке на любой итерации считается известным, равным $p_2^{s+1}(1) = p_L^l$, $p_L^l = P_L^l/p_c$, здесь P_L^l — размерное давление, измеренное на конце газопровода при утечке. Решение задачи расчета безразмерной координаты места утечки газа на $(s+1)$-й итерации дается формулой (30). Алгоритм решения задачи идентификации параметра l_a на следующих итерациях аналогичен представленному алгоритму (16)–(30).

Условием окончания итерационного процесса служит выполнение неравенства

$$\left| l_a^{s+1} - l_a^s \right| \leqslant \varepsilon,$$

в котором величина ε определяется заранее в результате вычислительного эксперимента для заданного набора параметров в рассматриваемой задаче. Для установления практической сходимости итерационного процесса достаточно проверить, что с ростом номера итерации убывает величина δl_a^{s+1}, равная

$$\delta l_a^{s+1} = \left| \frac{l_a^{s+1} - l_a^s}{l_a^s} \right|.$$

6. Уравнение состояния. В задачах расчета места утечки газа удобно использовать в качестве независимых термодинамических переменных давление и температуру. Это определяет выбор уравнения состояния в виде (4). Как известно, в широком диапазоне изменений давления и температуры для смесей газа разного состава непросто задать единый вид зависимости $Z(p,T)$. Более точны аналитические уравнения состояния [14], однако они являются кубическими относительно коэффициента сжимаемости, что затрудняет их непосредственное применение в модели (1)–(5).

Для средних давлений, не превышающих 10 МПа, хорошо зарекомендовало себя уравнение состояния с коэффициентом сжимаемости Бертло [12]:

$$Z_B(p,T) = 1 + c_1 \frac{p}{T} - c_2 \frac{p}{T^3}. \tag{31}$$

Здесь p, T — безразмерные давление и температура, c_1, c_2 — безразмерные константы.

Сложнее обстоит дело в области сверхвысоких давлений, порядка 20 МПа. Известно немало универсальных зависимостей для коэффициента сжимаемости, например уравнение Американской Газовой Ассоциации, рекомендованное в [13]. Однако громоздкость универсальной зависимости коэффициента сжимаемости $Z(p,T)$ ставит под сомнение целесообразность ее использования в задачах, в которых диапазон изменений p и T заведомо ограничен. Существуют также немало приближенных зависимостей коэффициента сжимаемости в области высоких давлений, в частности зависимость Латонова—Гуревича, рассмотренная в работе [4].

При решении практических задач надежнее всего определять вид зависимости коэффициента сжимаемости по экспериментальным данным $p - V - T$, полученным для изучаемой смеси газов в исследуемом диапазоне изменений температуры и давления ($V = 1/\rho$).

В настоящей работе в качестве экспериментальных данных $p - V - T$ использовались данные расчета по уравнению состояния Редлиха — Квонга для смеси газов с преобладанием метана, характерной для многих задач транспортировки природного газа. (Состав этой смеси из 12 компонент, величины критических давления p_c и температуры T_c смеси, а также газовая постоянная R_g смеси взяты из книги [7], их значения приведены в наборе параметров (см. (42)).)

Уравнение Редлиха — Квонга в терминах коэффициента сжимаемости Z_{RK}, как известно [14], записывается в виде

$$\begin{gathered} Z_{RK}^3 - Z_{RK}^2 + (A - B^2 - B)Z_{RK} - AB = 0, \\ A = \frac{\Omega_a \tilde{p}}{\tilde{T}^{2.5}}, \quad B = \frac{\Omega_b \tilde{p}}{\tilde{T}}, \\ \Omega_a = 0.4274802327, \quad \Omega_b = 0.086640350, \\ \tilde{p} = p/p_c, \quad \tilde{T} = T/T_c. \end{gathered} \tag{32}$$

(В (32) p и T — размерные величины.) Алгоритм построения зависимости $Z(p,T)$ по экспериментальным данным состоит в следующем. Для визуального определения характера зависимости $Z(p,T)$ по экспериментальным данным строятся графики поверхности с различным количеством точек измерения $p-V-T$ (от нескольких тысяч до миллиона). Для рассматриваемой смеси газов в исследуемом диапазоне изменений сверхвысоких давлений и температуры от 40 до 5 °C анализ построенных графиков привел к выводу о том, что поверхность $Z(p,T)$ должна удовлетворительно аппроксимироваться поверхностью второго порядка. Соответствующие коэффициенты рассчитывались методом наименьших квадратов с заданной целевой функцией. Такой подход имеет ряд преимуществ по сравнению с полиномиальной аппроксимацией экспериментальных данных, в частности, он позволяет выбирать наиболее удобный для дальнейших расчетов вид целевой функции, кроме того, для него существует программное обеспечение со свободным исходным кодом, например Gnuplot и библиотека LAPACK.

Зависимость Z_W, найденная по этому алгоритму, имеет следующий вид:

$$Z_W(p,T) = n_1 T^2 + n_2 T + n_3 p^2 + n_4 p + n_5 + n_6 T p, \tag{33}$$

где p и T — безразмерные давление и температура, отнесенные к критическим значениям p_c и T_c для рассматриваемой смеси газов; $n_1, \ldots, n_6$ — найденные безразмерные константы.

Как показало проведенное исследование, в области сверхвысоких давлений в диапазоне температур от 5 до 40° C модуль максимального отклонения коэффициента сжимаемости Z_W, рассчитанного по аппроксимации (33), от его точного значения Z_{RK} (32) не превышает 0.00081.

В приведенных далее расчетах для коэффициента сжимаемости при средних давлениях использовалась зависимость (31), при сверхвысоких давлениях — зависимость (33).

7. Начальное приближение. Были рассмотрены разные варианты задания начального приближения для величины l_a. Анализ проведенных расчетов показал, что наибольшую точность расчета координаты места утечки и соответственно максимальную скорость сходимости итерационного процесса обеспечивает задание начального приближения, рассчитанного по упрощенной неизотермической модели течения [10, 11].

Эта модель в безразмерной форме записывается таким образом:

$$\rho u = 1,$$

$$\frac{dp}{dz} = -m_2 T Z^*/p, \tag{34}$$

$$\frac{dT}{dz} = -m_4(T - T_s), \tag{35}$$

$$\rho = pZ_c/\big(T\, Z(p,T)\big). \tag{36}$$

При отсутствии утечки система уравнений модели легко интегрируется при граничных условиях (13), что приводит к следующим распределениям температуры и давления:

$$T(z) = T_s + (T_0 - T_s)\, \exp(-m_4\, z),$$

$$p(z)^2 = p_0^2 - 2m_2 Z^* T_s z + 2m_2 Z^* \big(T_0 - T_s\big)\big(\exp(-m_4\, z) - 1\big)/m_4.$$

Постоянный эффективный коэффициент сжимаемости Z^*, как показали проведенные расчеты, целесообразно принять равным

$$Z^* = \frac{p_0^2 - p_L^2}{2m_2\Big(T_s - \big(T_0 - T_s\big)\big(\exp(-m_4) - 1\big)/m_4\Big)} \tag{37}$$

и считать его таким же и при наличии утечек средней и малой интенсивностей. В (37) p_L — безразмерное давление на выходе в штатном режиме, равное P_L/p_c, где P_L — измеренное размерное давление на выходе в штатном режиме.

При наличии утечки газа в заданном сечении с безразмерной координатой l_{an} из решения прямой задачи по модели (34)–(36) рассчитываются распределения температуры и давления на первом и втором участках и далее из выражения для давления p_L^l на выходе из газопровода выводится трансцендентное уравнение, которому должна удовлетворять безразмерная координата l_{an} места утечки [11]. В этом уравнении давление на выходе считается известным, равным $p^l(z=1) = p_L^l$, $p_L^l = P_L^l/p_c$:

$$p_0^2 - \left(p_L^l\right)^2 - 2m_2 T_s\, Z^* l_{an} + 2\frac{m_2}{m_4} Z^* \Big(T_0 - T_s\Big)\Big(\exp(-m_4\, l_{an}) - 1\Big) - 2\hat{m}_2 T_s\, Z^*(1 - l_{an}) +$$

$$+\ 2\frac{\hat{m}_2}{\hat{m}_4} Z^*(T_0 - T_s)\exp\Big(-l_{an}(m_4 - \hat{m}_4)\Big)\Big(\exp(-\hat{m}_4) - \exp(-\hat{m}_4\, l_{an})\Big) = 0. \tag{38}$$

В уравнении (38) безразмерные комплексы m_2, m_4 рассчитываются по формулам (14) при расходе и коэффициенте гидравлического сопротивления, соответствующим первому участку, а безразмерные комплексы $\hat{m}_2$, $\hat{m}_4$ — второму участку.

В работе [11] показано, что при $m_4 \to 0$, $\hat{m}_4 \to 0$ формулы (37), (38) принимают вид

$$Z_0^* = \frac{p_0^2 - p_L^2}{2m_2 T_0}, \tag{39}$$

$$l_{aiz} = \frac{p_0^2 - \left(p_L^l\right)^2 - 2\hat{m}_2 Z_0^*\, T_0}{2Z_0^*\, T_0(m_2 - \hat{m}_2)}. \tag{40}$$

Уравнения (39) и (40) соответствуют расчетам постоянного эффективного коэффициента сжимаемости Z_0^* и безразмерной координаты l_{aiz} места утечки по изотермической модели:

$$\rho u = 1,$$

$$\frac{dp}{dz} = -m_2 T_0\, Z_0^*/p, \qquad (41)$$
$$T = \text{const} = T_0.$$

Нетрудно видеть, что модель (41) приводит к простой формуле расчета координаты места утечки (40), совпадающей с известной формулой Веймаута. В работе [10] предложен комбинированный подход, в котором давление и координата места утечки рассчитываются по изотермической модели (41), а расчет температуры сводится к решению кубического уравнения. В работе [10] определены условия допустимости такого подхода и приведены примеры расчета распределений давления, температуры и места утечки, в которых этот подход оправдан.

Приведем результаты расчета координаты l_{an} места утечки газа по упрощенной неизотермической модели (34), (35) и координаты l_{aiz} по изотермической модели (41). Здесь и во всех последующих примерах принят следующий ***набор неизменных параметров задачи***:

$$\begin{aligned} &R = 0.5\,\text{м}, && T_e = 303.15\,\text{K}, && T^* = 278.15\,\text{K},\\ &L = 100\,\text{км}, && T_c = 193.698\,\text{K}, && p_c = 4.598\,\text{МПа},\\ &k_s = 1.3\cdot 10^{-5}\,\text{м}, && R_g = 493.502\,\text{Дж/(кг·К)}. && \end{aligned} \qquad (42)$$

Параметры p_e, Q^0, δQ, β варьируются. Для каждого варианта варьируемых параметров проводится расчет соответствующих величин c_p и λ (см. п. 3). Для сравнения величин l_{an} и l_{aiz} использовался следующий набор варьируемых параметров.

Вариант 1.
$p_e = 9.120\,\text{МПа}$, $Q^0 = 500\,\text{кг/с}$, $\delta Q = 50\,\text{кг/с}$, $\beta = 5\,\text{Вт/(м}^2\text{·К)}$.

Таблица 1. **Сравнение погрешностей расчета z_{an} и z_{aiz}**

l_a	0.1	0.2	0.5	0.8	0.9
δz_{an}, м	801.00	463.77	33.87	50.99	20.43
δz_{aiz}, м	1377.00	613.81	506.80	417.33	229.16

В табл. 1 обозначено: $\delta z_{an} = |z_a - z_{an}|$, $\delta z_{aiz} = |z_a - z_{aiz}|$, z_a, z_{an}, z_{aiz} — размерные координаты места утечки, равные $z_a = l_a \cdot L$, $z_{an} = l_{an} \cdot L$, $z_{aiz} = l_{aiz} \cdot L$.

Данные таблицы свидетельствуют о том, что даже при сравнительно небольшом значении суммарного коэффициента теплопередачи β расчет начального приближения по упрощенной неизотермической модели оказывается намного точнее, чем по изотермической модели.

8. Примеры вычисления координаты места утечки предложенным методом (см. п. 5). Во всех приведенных вариантах набор параметров (42) оставался неизменным, в качестве начального приближения выбиралась величина l_{an}, рассчитанная по упрощенной неизотермической модели для соответствующего варианта варьируемых параметров. Ввиду отсутствия экспериментальных данных по давлению и расходу на выходе при заданной утечке, эти величины рассчитывались в соответствии с п. 4 решения прямой задачи. В табл. 2–5 обозначено: δz_a^1 — погрешность расчета координаты утечки на первой итерации, равная $\delta z_a^1 = |z_a - z_a^1|$, где $z_a^1 = l_a^1 \cdot L$, l_a^1 — безразмерная координата места утечки, рассчитанная на первой итерации, l_a — точное значение безразмерной координаты места утечки.

Вариант 2.
$p_e = 20.265\,\text{МПа}, \quad Q^0 = 500\,\text{кг/с}, \quad \delta Q = 50\,\text{кг/с}, \quad \beta = 12\,\text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$

Таблица 2. **Сверхвысокое давление, утечка средней интенсивности**

l_a	0.1	0.2	0.5	0.8	0.9
δz_{an}, м	181.54	534.21	866.54	478.05	253.68
δz_a^1, м	5.76	7.42	7.81	2.45	3.10

Вариант 3.
$p_e = 20.265\,\text{МПа}, \quad Q^0 = 500\,\text{кг/с}, \quad \delta Q = 20\,\text{кг/с}, \quad \beta = 12\,\text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$

Таблица 3. **Сверхвысокое давление, утечка малой интенсивности**

l_a	0.1	0.2	0.5	0.8	0.9
δz_{an}, м	197.63	552.21	879.30	480.67	254.32
δz_a^1, м	1.78	0.32	1.64	3.16	2.45

Вариант 4.
$p_e = 9.120\,\text{МПа}, \quad Q^0 = 400\,\text{кг/с}, \quad \delta Q = 40\,\text{кг/с}, \quad \beta = 5\,\text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$

Таблица 4. **Среднее давление, утечка средней интенсивности**

l_a	0.1	0.2	0.5	0.8	0.9
δz_{an}, м	660.26	306.82	202.55	158.29	82.77
δz_a^1, м	14.20	7.50	2.62	8.14	7.74

Вариант 5.
$p_e = 9.120\,\text{МПа}, \quad Q^0 = 400\,\text{кг/с}, \quad \delta Q = 16\,\text{кг/с}, \quad \beta = 5\,\text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$

Таблица 5. **Среднее давление, утечка малой интенсивности**

l_a	0.1	0.2	0.5	0.8	0.9
δz_{an}, м	724.73	353.12	190.09	156.67	82.15
δz_a^1, м	0.46	3.86	8.72	6.52	7.05

В реальных задачах точная координата утечки заранее неизвестна. Поэтому необходим расчет и второй итерации, чтобы проверить выполнение условия окончания итерационного процесса и убедиться, что он сходится. Для всех рассмотренных вариантов величина $|l_a^2 - l_a^1|$ была меньше 10^{-5} (l_a^2 — безразмерная координата места утечки на второй итерации), также для всех вариантов имела место практическая сходимость. Например, для варианта 3 при $l_a^0 := l_{an}$ имеем: $|l_a^1 - l_a^0| = 0.00519$, $|(l_a^1 - l_a^0)/l_a^0| = 0.02685$, $|l_a^2 - l_a^1| = 0.197 \cdot 10^{-5}$, $|(l_a^2 - l_a^1)/l_a^1| = 0.98 \cdot 10^{-5}$, $\delta z_a^2 = |z_a - z_a^2| = 0.12$ м.

Выводы. Многочисленные варианты (часть из которых представлена выше) расчета места стационарной утечки газа предложенным методом свидетельствуют о том, что для широкого круга задач не только имеет место практическая сходимость итерационного процесса, но оказывается достаточной всего одна итерация для обеспечения высокой точности расчета места утечки. Так, уже на первой итерации координата места утечки рассчитывается с точностью нескольких метров на участке газопровода протяженностью 100 км.

9. Заключение. В работе предложен конструктивный алгоритм построения по экспериментальным данным зависимости коэффициента сжимаемости газовой смеси заданного состава от давления и температуры в области сверхвысоких давлений.

Предложен эффективный метод расчета места стационарной утечки газа в газопроводах среднего и сверхвысокого давлений для средних и малых утечек. Метод прост в реализации, теоретически позволяет с высокой точностью рассчитать местоположение стационарной утечки газа за несколько минут на компьютере средней мощности. На практике точность расчета лимитируется возможностями измерительной аппаратуры, в частности точностью приборов измерения давления на выходе из рассматриваемого участка газопровода.

Литература

1. *Кузема А. В.*, *Чуносов О. Ф.*, *Шарохин В. Ю.*, *Гурин А. И.*, *Марков Ф. С.*, *Садртдинов Р. А.*, *Хохлов А. Н.*, *Акимов Н. Н.*, *Бухвалов И. Р.*, *Евсеев С. В.* Инновационные разработки, повышающие надежность и безопасность эксплуатации магистральных газопроводов посредством применения подсистемы обнаружения нештатных событий // Газовая промышленность. 2022. Спецвыпуск № 1(829). С. 32–40.

2. *Лаптева Т. И.*, *Мансуров М. Н.*, *Шабарчина М. В.*, *Ким С. Д.*, *Копаева Л. А.* Эксплуатационная надежность морских трубопроводов в сложных инженерно-геологических условиях континентального шельфа России // Безопасность труда в промышленности. 2018. № 1. С. 30–34.

3. *Thiberville C.*, *Wang Y.*, *Waltrich P.*, *Williams W.*, *Kam S. I.* Modeling of smart pigging for pipeline leak detection: From mathematical formulation to large-scale application // SPE Gas & Oil Technology Showcase and Conference, October 21–23, 2019. Dubai, UAE: Society of Petroleum Engineers, 2019. P. 1–27. https://doi.org/10.2118/198648-MS

4. *Kurbatova G.*, *Klemeshev V.*, *Philippov V.* Calculation of depressurization coordinate in underground and offshore gas pipelines // J. Phys. Conf. Ser. 2022. Vol. 2162. N 012023. https://doi.org/10.1088/1742-6596/2162/1/012023

5. *Kurbatova G. I.*, *Klemeshev V. A.* Mathematical apparatus for detecting leakage in gas pipelines // Math. Models Comput. Simul. 2022. Vol. 14. Iss. 2. P. 203–212. https://doi.org/10.1134/S2070048222020090

6. *Сулейманов В. А.* Некоторые вопросы термодинамики процесса трубопроводного транспорта природного газа // Повышение надежности и безопасности объектов газовой промышленности. 2022. № 2(51). С. 29–45.

7. *Курбатова Г. И.*, *Ермолаева Н. Н.*, *Филиппов В. Б.*, *Филиппов К. Б.* Проектирование газопроводов в северных морях. СПб.: Лань, 2020. 352 с.

8. Датчики температуры и давления от НПО «Вакууммаш» // СФЕРА. Нефть и газ. 2022. № 2(85). С. 74–76.

9. *Соломичев Р. И.*, *Соломичева С. В.* Система самодиагностики ультразвуковых расходомеров как функция контроля узла учета газа в эксплуатации // СФЕРА. Нефть и газ. 2022. № 4(87). С. 40–46.

10. *Курбатова Г. И.*, *Виноградова Е. М.*, *Клемешев В. А.* Анализ упрощенных моделей транспортировки газа. Расчет местоположения утечки газа в трубопроводе // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2022. Т. 18. Вып. 2. С. 239–252. https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2022.205

11. *Kurbatova G. I.*, *Klemeshev V. A.*, *Egorov N. V.* Estimation of possibilities of calculations based on simplified models of the leak location in gas pipelines // Technical Physics. 2022. Vol. 67. Iss. 10. P. 1309–1315. https://doi.org/10.21883/TP.2022.10.54357.119-22

12. *Васильев О. Ф.*, *Бондарев Э. А.*, *Воеводин А. Ф.*, *Каниболотский М. А.* Неизотермическое течение газа в трубах. Новосибирск: Наука, 1978. 128 с.

13. Справочник государственных стандартов. Большая база ГОСТов, СНиПов: СТО Газпром 2-3.5-051-2006. Нормы технологического проектирования магистральных газопроводов. URL: https://gostinform.ru/proizvodstvenno-otraslevye-standarty/sto-gazprom-2-3-5-051-2006-obj55852.html (дата обращения: 15.02.2023).

14. *Рид Р.*, *Праусниц Дж.*, *Шервуд Т.* Свойства газов и жидкостей / пер. с англ.; под ред. Б. И. Соколова. Л.: Химия, 1982. 592 с.

Статья поступила в редакцию 2 марта 2023 г.
Статья принята к печати 25 апреля 2023 г.

Контактная информация:

Курбатова Галина Ибрагимовна — д-р физ.-мат. наук, проф.; g.kurbatova@spbu.ru

Клемешев Владимир Алексеевич — канд. физ.-мат. наук, доц.; v.klemeshev@spbu.ru

Identification of low and medium intensity gas leakage location in medium and ultra-high pressure gas pipelines

G. I. Kurbatova, V. A. Klemeshev

St. Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab., St. Petersburg, 199034, Russian Federation

For citation: Kurbatova G. I., Klemeshev V. A. Identification of low and medium intensity gas leakage location in medium and ultra-high pressure gas pipelines. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2023, vol. 19, iss. 2, pp. 218–232. https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2023.208 (In Russian)

An efficient method for calculating the location of stationary gas leakage in wells and gas pipelines with medium and ultra-high pressures is presented. An algorithm for constructing the dependence of the compressibility factor of the gas mixture with a predominance of methane in the region of ultra-high pressures based on experimental data of pressure and temperature is proposed. The algorithm for calculating the leakage location is based on the Bellman method of quasi-linearization of nonlinear problems, with an additional hypothesis of the linear dependence of pressure and temperature on the leakage location coordinates used at each iteration. The issue of selecting the initial approximation is considered, and the advantage of calculating the initial approximation using a simplified non-isothermal flow model is justified. Examples of solving practical problems of high interest are given, and the high accuracy of calculating the gas leakage location using the proposed algorithm in gas pipelines with medium pressures (around 9 MPa) and ultra-high pressures (around 20 MPa) for small and medium gas leaks is demonstrated.

Keywords: leakage location, gas pipelines, ultra-high pressures, equations of state, compressibility coefficient, mathematical models, parameter identification method.

References

1. Kuzema A. V., Chunosov O. F., Sharokhin V. Yu., Gurin A. I., Markov F. S., Sadrtdinov R. A., Khokhlov A. N., Akimov N. N., Bukhvalov I. R., Yevseyev S. V. Innovatsionnye razrabotki, povyshaiushchie nadezhnost' i bezopasnost' ekspluatatsii magistral'nykh gazoprovodov posredstvom primeneniia podsistemy obnaruzheniia neshtatnykh sobytii [Innovative developments that increase the reliability and safety of operation of main gas pipelines through the use of a subsystem for detecting abnormal events]. *Gazovaia promyshlennost'* [*Gas industry*], 2022, Spetsvypusk no. 1(829), pp. 32–40. (In Russian)

2. Lapteva T. I., Mansurov M. N., Shabarchina M. V., Kim S. D., Kopayeva L. A. Ekspluatatsionnaia nadezhnost' morskikh truboprovodov v slozhnykh inzhenerno-geologicheskikh usloviiakh kontinental'nogo shel'fa Rossii [Operational reliability of offshore pipelines in complex engineering geological conditions of the Russian continental shelf]. *Bezopasnost' truda v promyshlennosti* [*Labor safety in industry*], 2018, no. 1, pp. 30–34. (In Russian)

3. Thiberville C., Wang Y., Waltrich P., Williams W., Kam S. I. Modeling of smart pigging for pipeline leak detection: From mathematical formulation to large-scale application. *SPE Gas & Oil Technology Showcase and Conference*. October 21–23, 2019. Dubai, UAE, Society of Petroleum Engineers Publ., 2019, pp. 1–27. https://doi.org/10.2118/198648-MS

4. Kurbatova G., Klemeshev V., Philippov V. Calculation of depressurization coordinate in underground and offshore gas pipelines. *J. Phys. Conf. Ser.*, 2022, vol. 2162, no. 012023. https://doi.org/10.1088/1742-6596/2162/1/012023

5. Kurbatova G. I., Klemeshev V. A. Mathematical apparatus for detecting leakage in gas pipelines. *Math. Models Comput. Simul.*, 2022, vol. 14, iss. 2, pp. 203–212. https://doi.org/10.1134/S2070048222020090

6. Suleymanov V. A. Nekotorye voprosy termodinamiki protsessa truboprovodnogo transporta prirodnogo gaza [Some issues of thermodynamics of the process of pipeline transport of natural gas]. *Povyshenie nadezhnosti i bezopasnosti ob"ektov gazovoi promyshlennosti* [*Improving the reliability and safety of gas industry facilities*], 2022, no. 2(51), pp. 29–45. (In Russian)

7. Kurbatova G. I., Ermolaeva N. N., Filippov V. B., Filippov K. B. *Proektirovanie gazoprovodov v severnykh moriakh* [*Design of gas pipelines in the northern seas*]. St. Petersburg, Lan' Publ., 2020, 352 p. (In Russian)

8. Datchiki temperatury i davleniia ot NPO "Vakuummash" [Temperature and pressure sensors from NPO "Vakuummash"]. *SFERA. Neft' i gaz* [*SPHERE. Oil and gas*], 2022, no. 2(85), pp. 74–76. (In Russian)

9. Solomichev R. I., Solomicheva S. V. Sistema samodiagnostiki ul'trazvukovykh raskhodomerov kak funktsiia kontrolia uzla ucheta gaza v ekspluatatsii [Self-diagnosis system of ultrasonic flowmeters as a function of gas metering unit control in operation]. *SFERA. Neft' i gaz* [*SPHERE. Oil and gas*], 2022, no. 4(87), pp. 40–46. (In Russian)

10. Kurbatova G. I., Vinogradova E. M., Klemeshev V. A. Analiz uproshchennykh modelei transportirovki gaza. Raschet mestopolozheniia utechki gaza v truboprovode [Analysis of simplified gas transportation models. Calculation of the gas leak location in a pipeline]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2022, vol. 18, iss. 2, pp. 239–252. https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2022.205 (In Russian)

11. Kurbatova G. I., Klemeshev V. A., Egorov N. V. Estimation of possibilities of calculations based on simplified models of the leak location in gas pipelines. *Technical Physics*, 2022, vol. 67, iss. 10, pp. 1309–1315. https://doi.org/10.21883/TP.2022.10.54357.119-22

12. Vasilev O. F., Bondarev E. A., Voevodin A. F., Kanibolotskii M. A. *Neizotermicheskoe techenie gaza v trubakh* [*Non-isothermal gas flow in pipes*]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1978, 128 p. (In Russian)

13. *Spravochnik gosudarstvennykh standartov. Bol'shaia baza GOSTov, SNiPov*: *STO Gazprom 2-3.5-051-2006. Normy tekhnologicheskogo proektirovaniia magistral'nykh gazoprovodov* [*Reference book of state standards. Large database of GOSTs, SNiPs*: *STO Gazprom 2-3.5-051-2006. Norms of technological design of main gas pipelines*]. Available at:
https://gostinform.ru/proizvodstvenno-otraslevye-standarty/sto-gazprom-2-3-5-051-2006-obj55852.html (accessed: February 15, 2023). (In Russian)

14. Reid R., Prausnitz J., Sherwood T. *The properties of gases and liquids*. New York, McGraw-Hill Inc. Publ., 1977, 548 p. (Rus. ed.: Reid R., Prausnitz J., Sherwood T. *Svoistva gazov i zhidkostei.* Leningrad, Chemistry Publ., 1982, 592 p.)

Received: March 2, 2023.
Accepted: April 25, 2023.

Authors' information:

Galina I. Kurbatova — Dr. Sci. in Physics and Mathematics, Professor; g.kurbatova@spbu.ru

Vladimir A. Klemeshev — PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor; v.klemeshev@spbu.ru