УДК 51-77
MSC 91C20

Вестник СПбГУ. Прикладная математика. Информатика... 2022. Т. 18. Вып. 4

Рабочие группы: создание и управление

Е. А. Лежнина, Г. М. Хитров, Е. А. Калинина, И. А. Кононов

Санкт-Петербургский государственный университет, Российская Федерация,
199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Для цитирования: *Лежнина Е. А., Хитров Г. М., Калинина Е. А., Кононов И. А.* Рабочие группы: создание и управление // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2022. Т. 18. Вып. 4. С. 608–620.
https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2022.414

В современном менеджменте одним из наиболее популярных и эффективных подходов к организации деятельности является создание временных рабочих групп. Важным показателем служит эффективность таких групп, которая сильно зависит от внутренней структуры рабочей группы и взаимоотношений между членами коллектива. Для эффективного функционирования группы необходимо, чтобы группа состояла из лидера и подчиненных. Искусственное назначение руководителя группы часто оказывается неэффективным. В статье решается задача разделения коллектива на рабочие группы с учетом взаимоотношений между отдельными персонами. Предложены два алгоритма: первый разделяет коллектив на отдельные группы возможных лидеров и подчиненных, второй составляет эффективные рабочие группы. Эффективность группы рассчитывается на основе ее функции эффективности, которая принимает во внимание межличностные связи. Для проверки адекватности модели были проведены практические и численные эксперименты.

Ключевые слова: рабочие группы, матрица смежности, алгоритм иерархической кластеризации.

1. Введение. Формирование отдельных коллективов, деятельность которых направлена на решение конкретной задачи, — одна из наиболее эффективных форм организации труда. Рабочая группа позволяет обеспечить объединение ресурсов, которыми располагают все члены группы. При этом сводится к минимуму опасность появления ошибочного решения, так как в условиях группового творчества быстрее выявляются ошибки отдельной личности. Кроме того, временная рабочая группа не является штатной структурой, и на ее содержание требуется меньше средств, чем на обеспечение деятельности постоянного подразделения. Рабочая группа более мобильна, часто формируется на короткий промежуток времени, комплектуется людьми, компетентными в области поставленной задачи. Само предназначение рабочей группы определяет требования к ее членам, а именно высокий уровень конкретных, иногда узкоспециализированных знаний и навыков. Часто временная рабочая группа создается лишь на период решения поставленной задачи. Команды и рабочие группы получили широкую распространенность. Они существуют во многих областях деятельности. Уже привычными стали термины «команда проекта», «управленческая команда», «творческая команда», не говоря уже о «спортивных командах».

Эффективность работы группы зависит от возможностей ее членов, взаимоотношений внутри коллектива, а также от организационной структуры самой группы. За каждым членом группы обычно закрепляются (формально или неформально) определенные роли, т. е. модели поведения, ожидаемые от членов группы в соответствии с тем местом в группе, которое они занимают. Каждая группа имеет своего лидера (формального или неформального). Всех участников условно можно разделить на лидеров и исполнителей. Исполнители в большинстве случаев предпочитают работать под руководством лидера и выполнять поручения. Лидеры занимают активную позицию и не боятся ответственности. Если рабочая группа состоит из одних исполнителей, то работа будет неэффективной. Если же в группе будет несколько лидеров, то это может привести к конфликтам. Кроме того, не рекомендуется включать в одну группу участников, у которых уже был негативный опыт совместной работы. Таким образом, перед формированием рабочих групп оптимальным вариантом будет определить связи между членами большой группы. Знание этих связей позволит сформировать максимально эффективные малые рабочие группы.

2. Обзор литературы. Многие исследователи подчеркивают, что эффективность рабочей группы зависит от ее внутренней структуры и связей. Впервые эффективность отдельных групп была изучена в работе [1]. В статье [2] проанализирована литература по эффективным рабочим группам и выделены общие характеристики, связанные с критериями эффективности. Они включают в себя состав и взаимосвязи между членами команды. В [3] была рассмотрена математическая модель формирования рабочей группы как задача математического программирования с оценкой эффективности группы в зависимости от внутренних связей ее членов.

Литература по организации и управлению командами делится на две группы. Первая группа состоит из серии статей, посвященных объединению социометрии и генетических алгоритмов для решения проблемы группирования людей на основе социальных отношений [4–6]. В [7] вводится общая модель организационной системы, включающая множество участников (состав системы), а также технологические, информационные, материальные и другие связи между ними (структура системы).

Вторая группа статей [8, 9] посвящена уже объединенным группам для нескольких проектов. Рассматривается эффективное распределение заданий, принимая во внимание социометрический подход. Однако в этих статьях проблема не решается с помощью вычислений, а предлагается только «ручной» эвристический метод.

В [7, 10, 11] показано, что наиболее оптимальной с точки зрения построения управления в рабочей группе является иерархическая структура, которая предполагает, что группа управляется главным менеджером, осуществляющим общую координацию. Далее есть несколько уровней менеджеров или профессионалов, выполняющих отдельные виды работ и руководящих помощниками или исполнителями. Чтобы быстро и бесконфликтно сложилась такая «идеальная» иерархическая структура, необходимо тщательно формировать составы рабочих групп. В каждой группе должны присутствовать возможный лидер группы, способный взять на себя руководство группой, и профессионалы, отвечающие за выполнение работы, а также исполнители, охотно работающие под чьим-то руководством. В коллективе, состоящем, например, из одних лидеров, не способных работать под чьим-либо руководством, неизбежны конфликты, замедляющие работу или делающие ее невозможной. Для определения оптимального формирования команд применяются различные подходы и модели. В зависимости от используемого аппарата моделирования можно выделить несколько направлений исследований:

- задачи о назначении: решение задач формирования состава команд, распределения ролей и объемов работ;
- теоретико-игровые модели [10, 12–14] для описания и изучения процессов формирования и функционирования команд. Это наиболее развитое в настоящее время

направление исследований команд, включающее в себя модель Маршака — Раднера, модели коллективного стимулирования, модели репутации;

• экспериментальные исследования команд, включающие имитационные эксперименты и деловые игры, проводимые с целью проверки гипотез о процессах и условиях эффективного формирования и функционирования команд [15–17];

• теория рефлексивных игр [18] для описания взаимодействий внутри команды;

• задачи формирования оптимальных организационных иерархий [7, 19–21], в которых речь идет о построении иерархии управления (определении отношений подчиненности) в организационных системах.

Методы и алгоритмы, представленные в этой работе, могут также применяться в изучении проблемы невидимого, или скрытого, колледжа (invisible (hidden) college). Выражение «невидимый колледж» было придумано для обозначения групп исследователей, работающих в схожей области, которые поддерживают неформальные контакты друг с другом [22]. «Невидимые колледжи» динамичны и могут оказывать важное влияние на систему научных публикаций, поощряя цитирование между членами одного и того же «невидимого колледжа». Этот факт имеет непосредственные последствия, поскольку анализ цитирования является основным показателем, используемым для оценки качества публикации [23, 24]. Принимая наличие цитирования или соавторства за показатель существования связи между авторами публикаций, можно определить такие сообщества.

3. Общий алгоритм подхода к формированию групп. В данной статье приводится алгоритм формирования эффективных рабочих групп. Первым шагом будет определение «силы влияния» участников группы друг на друга. Взаимоотношения членов коллектива могут быть представлены в виде ориентированного графа и соответствующей ему матрицы смежности. По этой матрице строится разбиение большой группы на кластеры по следующему принципу. Члены первого кластера влияют (могут руководить) на участников последующих кластеров — второго, третьего и т. д. Участники второго кластера влияют на членов третьего, четвертого и др., но не первого. В общем случае участники кластера влияют на участников последующих кластеров, но не на участников предыдущих. На следующем шаге формируются рабочие группы по принципу максимальной эффективности с использованием алгоритма, представленного в п. 6. Эффективность рабочей группы можно оценить при помощи функции эффективности.

4. Функция эффективности. Существуют различные способы оценки влияния участников группы друг на друга. Один из возможных способов — привлечь специалистов-психологов. Самый простой — использовать анкету для членов большой группы. Грамотно составленная анкета позволит оценить возможность эффективной совместной работы именно участниками отношений. В приложении (см. п. 9) размещен пример подобной анкеты.

Пусть имеется группа $\mathcal{G}$, состоящая из n членов. Для $\{i, j\} \subset \mathcal{G}$ с помощью анкеты определяется значение функции влияния участника i на участника j: $f(i, j)$. Эта функция несимметричная и неотрицательная. Вообще говоря, влияние одного участника на другого может быть отрицательным, однако всегда можно сделать сдвиг на максимум модуля отрицательных значений функции влияния и перейти к рассмотрению неотрицательных величин. Функцию f можно трактовать и как оценку эффективности пары. Функцию $F(S)$ эффективности группы $S \subset \mathcal{G}$ можно определить различными способами, например, используя рекомендации психологов. Ее свойства, таким образом, зависят от способа ее определения, но она всегда несимметричная и неотрицательная. Функция эффективности группы S имеет следующий вид:

$$F(S) = \sum_{\{i,j\}\subset S, f(i,j)>f(j,i)} f(i,j).$$

5. Кластеризация. Установив межличностные связи внутри коллектива, можно разделить этот коллектив на подгруппы по уровню влиятельности, как описано в п. 3. Для группы $\mathcal{G}$ участников составим матрицу смежности $A = [a_{ij}]_{n\times n}, n = |\mathcal{G}|$, которая отражает взаимоотношения внутри коллектива. Элементами матрицы являются значения функции эффективности, определяющей уровень влияния одного участника на другого: $a_{ij} = f(i,j)$. Далее представим алгоритм 1, который выполняет поставленную задачу кластеризации. При этом нас интересует сам факт наличия влияния одного участника на другого, но не уровень такого влияния.

Необходимые сведения из алгебры. Пусть $A = [a_{ij}]_{n\times n}$ — неотрицательная матрица, а именно матрица, элементы которой неотрицательны. Для $n > 1$ матрица A разложима, если с помощью перестановок ее рядов (т. е. одновременных перестановок строк и столбцов) ее можно привести к виду

$$\tilde{A} = PAP^\top = \begin{bmatrix} B & C \\ \mathbb{O} & D \end{bmatrix},$$

где B, D — квадратные матрицы; P — матрица перестановок, т. е. квадратная $(0,1)$-матрица, в каждой строке и в каждом столбце которой находится лишь одна единица. В противном случае неотрицательная матрица неразложима.

Проверить матрицу A на разложимость можно с помощью перехода к ориентированному графу, построенному на соответствующей индикаторной матрице, т. е. $(0,1)$-матрице, в которой каждый ненулевой элемент проверяемой матрицы заменен на единицу. Будем называть такой граф ассоциированным с матрицей A. Ориентированный граф G — это набор из n узлов и ориентированных ребер, соединяющих два узла. Ориентированный граф сильно связный, если любые две различные вершины соединены ориентированным путем. Ориентированный граф односторонне связный, если он содержит направленный путь из вершины j в вершину k или направленный путь из k в j для каждой пары вершин (j,k). Ориентированный граф называется слабо связным, если лежащий в его основе неориентированный граф, полученный заменой всех ориентированных ребер графа неориентированными ребрами, является связным.

Алгоритм разбиения множества на «кластеры влияния».

А л г о р и т м 1. Для данной неотрицательной матрицы $A_{n\times n}$ следует проверить, является ли она неразложимой.

Исходные параметры: матрица A, ассоциированная с графом $G(A)$.

Результат: каноническая форма матрицы транзитивного графа для графа G: $\mathcal{T}$.

Шаг 1. Построить матрицу транзитивного замыкания T для графа $G(A)$.

Шаг 2. Если T — матрица единиц, тогда

| A неразложима,

иначе

| перейти к шагу 3,

конец.

Шаг 3. Вычислить столбец S строчных сумм элементов T, затем построить матрицу перестановок P такую, что $PS = \tilde{S}$, где $\tilde{S}$ — столбец, в котором элементы расположены в порядке убывания. Столбец $\tilde{S}$ содержит k групп равных элементов с n_j $(j = 1, 2, \dots, k)$ элементами в j-й группе, $\sum_{j=1}^{k} n_j = n = \dim(A)$. Таким образом, получается матрица

$$\mathcal{T} = PTP^T = \begin{bmatrix} T_1 & * & \dots & * \\ 0 & T_2 & \dots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & T_k \end{bmatrix},$$

в которой T_j — квадратная матрица порядка n_j.

Шаг 4. В матрице $\mathcal{T}$ найти нули, симметричные относительно главной диагонали. Эти нули дают пары участников, которые не имеют влияния друг на друга.

Если $\mathcal{T}$ *не имеет таких нулей*, тогда

| матрице A соответствует односторонне связный граф $G(A)$,

иначе

| граф $G(A)$ слабо связан, и получаются пары несвязных узлов,

конец.

Шаг 5. Найти матрицу $\tilde{A} = PAP^T$.

З а м е ч а н и е 1. Матрица $\mathcal{T}$ всегда существует и находится единственным образом [25].

З а м е ч а н и е 2. Если на шаге 2 получаем, что матрица неразложима, переходим к формированию рабочих групп, учитывая, что имеется только одна группа влияния.

З а м е ч а н и е 3. Шаг 5 не является необходимым для решения нашей задачи. Его можно сделать для проверки вычислений.

З а м е ч а н и е 4. Для кластеризации используем алгоритм Флойда — Уоршелла (Floyd — Warshall Algorithm) [26]. В случае сообщества соответствующий граф плотен.

В результате работы алгоритма 1 получаем упорядоченный набор множеств участников $\mathfrak{T} = \{C_1, \dots, C_m\}$. Чтобы упростить описание, будем называть их кластерами. Имеем m кластеров, в i-м кластере n_i $(i = 1, 2, \dots, m)$ человек.

Алгоритм формирования рабочих групп. После того как большой коллектив разбит на группы влияния, можно решить задачу разбиения его на рабочие группы по принципу максимизации эффективности рабочих групп. Если в первом алгоритме нас интересовало только наличие влияния членов коллектива друг на друга, то в следующем алгоритме учитывается уровень этого влияния.

Опишем алгоритм поиска оптимальных по эффективности групп. Пусть есть группа $\mathcal{G}$ участников, n человек. Предположим, что большая группа уже разделена на группы влияния. Имеем m кластеров $C_1, C_2, \dots, C_m$, в каждом n_i $(i = 1, 2, \dots, m)$ человек.

Члены первого кластера влияют (могут руководить) на участников последующих кластеров — второго, третьего и т. д. Участники второго кластера влияют на членов третьего, четвертого и т. д., но не первого. И в общем случае участники кластера C_r влияют на членов кластеров $C_{r+1}, C_{r+2}, \dots, C_m$ и не влияют на членов кластеров $C_{r-1}, C_{r-2}, \dots, C_1$.

Необходимо составить m коллективов с максимальной эффективностью. Предположим для простоты, что в коллективах должно быть одинаковое количество участников. Важным здесь является максимизация эффективности группы, т. е. ищется такое сочетание членов группы, которое дает максимум функции эффективности: $\max F$. Задача формирования таких групп может решаться различными способами. Если начальная группа $\mathcal{G}$ состоит из небольшого количества участников, то можно остановиться на простом переборе. Если группа велика, то можно использовать концепцию дерева решений, выбирая поочередно участников из первого кластера. Здесь можно воспользоваться идеей жадных алгоритмов, использующих принципы локального оптимума на каждом уровне дерева.

Случай 1. Количество кластеров совпадает с требуемым количеством участников в рабочих группах. В этом случае берем по одному человеку из каждого кластера. Перенумеруем участников кластеров: $i = 1, 2, \ldots, m$.

А л г о р и т м 2. Разделение на коллективы с одинаковым числом участников.

Исходные параметры: матрица $\tilde{A}$, построенная по алгоритму 1.

Результат: разделение на рабочие группы.

$i = 1$.

Шаг 1. Если $i \leqslant m$, тогда

| перейти к Шагу 2,

иначе

| вывести участников команд,

конец.

Шаг 2. Из кластера C_2 выбрать участника j, который дает $\max_{j \in C_2} f(i, j)$.

Шаг 3. Выбрать участника k из кластера C_3, дающего $\max_{k \in C_3} F(\{i, j, k\})$.

Шаг 4. И далее идем «вниз» по всем кластерам. Выбранные участники кластеров изымаются из рассмотрения.

$i = i + 1$ — переход к Шагу 1.

Если задача сложная в вычислительном плане из-за большого количества участников, то ее можно существенно упростить, сократив количество кластеров. Например, оставить первый кластер лидеров, а остальные кластеры $C_2, C_3, \ldots, C_m$ объединить в группу будущих «подчиненных». Здесь будет полезна консультация психологов, которые оценят необходимое количество уровней в иерархии (т. е. какое количество групп оставить в задаче). Этот случай рассматривается в случае 3.2 (см. с. 613).

Случай 2. Количество участников в каждом кластере разное.

Количество кластеров столько, сколько нужно групп. Количество участников разное в каждой группе.

2.1.1. В первом кластере лидеров больше, чем нужное количество рабочих групп. В этом случае выявляем самых влиятельных, объединяя кластеры $C_2, C_3, \ldots, C_m$. Оставляем в первом кластере C_1 тех m лидеров, которые дают наибольшую эффективность $f(i, j)$, $i \in C_1, j \in \bigcup_{k=1}^{m} C_k$. Оставшихся менее эффективных участников переводим в кластер C_2. В случае одинаковой эффективности у нескольких участников, когда мест для них недостаточно, возможен вариант остановки «пока не...». Пока количество участников меньше, чем нужно, добавляем участников с одинаковой эффективностью.

2.1.2. Когда в первом кластере участников меньше m, объединяем первые кластеры, пока не станет участников больше или равно m. Действуем, как показано выше.

2.1.3. В каких-то последующих кластерах C_k, $k \geqslant 2$, участников больше или меньше m. Возможны два варианта (здесь тоже не помешает совет психолога!).

Первый вариант. Если важны взаимоотношения в паре с лидером, то перед формированием рабочих групп «унифицируем» кластеры. Рассматриваем кластеры по очереди:

1) если в рассматриваемом кластере C_k участников больше m, то оставляем тех участников, которые дают наибольшую эффективность $f(i, j), i \in C_1, j \in C_k$. Оставшихся участников переводим в следующий кластер C_{k+1};

2) если в рассматриваемом кластере C_k участников меньше m, то его объединяем с последующими, пока не станет $|C_k| \geqslant m$. Заново обозначаем номера кластеров и действуем, как в п. 1.

После того как во всех кластерах станет число участников m, действуем, как в случае 1.

Второй вариант. Имеем m лидеров в первом кластере. Если в кластере C_2 участников больше m, то формируем команды из двух человек, используя принцип максимальной эффективности. Составляем пары $\{i, j\}$ такие, что для каждого $i \in C_1$ дают $\max\limits_{j \in C_2} f(i, j)$, $j \in C_2$. Оставшихся участников переводим в последующий кластер C_3. Если в C_3 участников меньше m, то объединяем его с C_4. Если $|C_3| \geqslant m$, то далее по очереди берем лидеров-участников первого кластера, которые уже объединены с участниками из C_2, и подбираем им третьего члена группы из C_3 по принципу: для всех фиксированных коалиций $\{i, j\}, i \in C_1, j \in C_2$, найти k такое, которое дает $\max\limits_{k \in C_3} F(\{i, j, k\}), k \in C_3$. И так далее по всем кластерам.

Количество кластеров не совпадает с количеством необходимых рабочих групп.

3.1. Если кластеров больше, чем m, то либо во всех кластерах участников меньше m, либо неравное количество. Здесь применяем алгоритм, описанный в случае 2.1.3 (см. с. 612).

3.2. Если кластеров меньше, чем необходимо групп, действуем по принципу случая 2.1.3, второй вариант. В какой-то момент окажется, что в последнем кластере участников больше m.

3.2.1. Пусть кластеров $p < m$. Тогда после того как все группы отобрали в свои рабочие группы членов кластера C_p, оставшиеся участники кластеров переводятся в новый кластер C_{p+1}.

Пункт повторяется, пока не наступит $p = m$.

З а м е ч а н и е 5. В представленном алгоритме часто возникают ситуации, когда сформированные группы сильно отличаются по эффективности. Это происходит потому, что при подборе очередного участника перебор идет в одном и том же порядке. Потому первая группа оказывается в более выгодном положении. То есть данный алгоритм позволяет решить задачу максимально эффективной группы. Если задача состоит в создании групп, одинаковых по эффективности, то применяется следующий подход. На каждом шаге, начиная с шага 2, сначала группы ранжируются по эффективности в порядке возрастания. Далее подбор очередного участника начинается с группы с наименьшим показателем эффективности.

6. Практические эксперименты. Для проверки работы предложенных алгоритмов были проведены несколько практических экспериментов. В них принимали участие три группы студентов, посещающих практические занятия по геометрии. В первом эксперименте участвовали 35 студентов из двух различных групп. Внутренние связи в этой объединенной группе неоднородные. Некоторые студенты никогда не общались друг с другом, некоторые уже имели опыт совместной работы над проектами. В результате работы алгоритмов 1 и 2 студенты были разделены на 7 групп с предполагаемой одинаковой эффективностью. Далее им было предложено решить группами пять задач повышенной сложности. Авторы статьи наблюдали за взаимодействиями студентов внутри групп и выявляли, кто взял на себя функции лидера. После совместной работы студенты назвали лидеров команд. В шести группах истинные лидеры совпали с предсказанными алгоритмом. В одной группе место лидера занял член группы из второго кластера. Все группы работали эффективно, среди них не были выделяющиеся в сильную или слабую сторону.

Во втором эксперименте третья группа из 20 студентов была разделена на пять рабочих групп по 4 студента. Из них 90 % студентов согласились с предложенным разбиением на группы и назначением руководителей групп.

7. Численные эксперименты. Для проверки адекватности модели и работоспособности алгоритмов были проведены численные эксперименты. Была рассмотрена группа из 12 человек. Матрица смежности A и результат работы алгоритма для этой группы (матрица B) выглядят следующим образом:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 3 & 1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 & 3 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 2 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Итоговое разбиение на группы: $\{3{,}4\}$, $\{1{,}2{,}11\}$, $\{5{,}6{,}7{,}8{,}10{,}12\}$, $\{9\}$. Здесь наиболее влиятельные члены коллектива состоят в первой группе, т. е. это участники $\{3\}$ и $\{4\}$.

Для изучения эффективности разработанных алгоритмов были случайным образом сгенерированы 50 матриц отношений для коллективов в 200 человек. На рис. 1 и 2 кривая *3* представляет алгоритм, объединяющий алгоритмы 1 и 2 данной статьи. Далее он будет называться новым алгоритмом. Кривая *1* представляет результаты работы жадного алгоритма, кривая *2* — результаты работы алгоритма, подбирающего команды произвольным образом. На рис. 1, *а* приведены результаты сравнения алгоритмов по максимальным значениям эффективности составленных команд. Произвольный алгоритм показывает результаты, значительно худшие по сравнению с остальными алгоритмами. Результаты работы жадного и нового алгоритмов близки, но жадный дает лучшие результаты. На рис. 1, *б* приведены результаты сравнения работы алгоритмов по среднему значению эффективности групп. Новый алгоритм показал лучшие результаты.

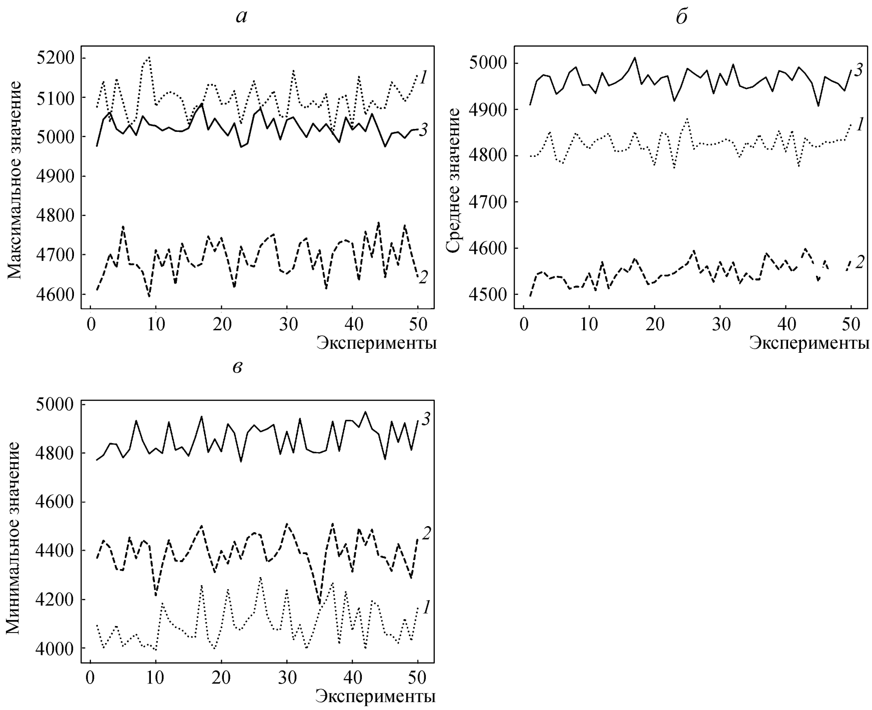

Рис. 1. Сравнение работы алгоритмов по максимальным (*а*), средним (*б*) и минимальным (*в*) эффективностям групп

Объяснение в тексте.

На рис. 1, *в* показаны результаты сравнения работы алгоритмов по минимальным значениям эффективности групп. Новый алгоритм показал лучшие результаты. Результаты сравнения работы алгоритмов по быстродействию иллюстрирует рис. 2.

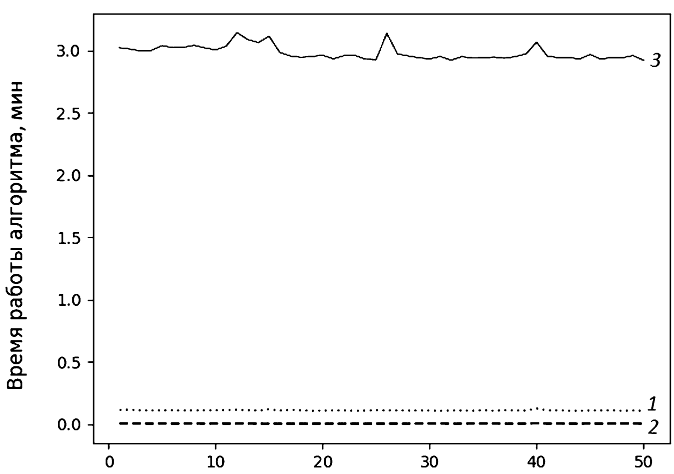

Рис. 2. Сравнение алгоритмов по времени работы

Видно, что новый алгоритм проигрывает. Однако необходимо заметить, что работа нового алгоритма в этих экспериментах не превышала нескольких минут при реализации на персональном компьютере средней мощности. Учитывая то, насколько часто приходится решать подобные задачи, такое отставание не критично.

Итак, численные эксперименты показали, что новый алгоритм дает более однородные в смысле эффективности разбиения. При этом подчеркнем, что группы в новом алгоритме составляются согласно рекомендациям психологов, что и было целью настоящей статьи. При работе других алгоритмов возможны ситуации, когда группа будет иметь высокую прогнозируемую эффективность, благодаря тому, что в нее попадут знакомые друг с другом и сработавшиеся коллеги, но явного лидера среди них может не оказаться. В этом случае коллективная работа может быть неэффективной.

8. Заключение. Была рассмотрена задача формирования временных рабочих групп, которые признаны наиболее эффективной формой решения отдельных задач. Предложенный подход учитывает взаимоотношения между участниками коллектива и опирается на рекомендации психологов о внутренней структуре рабочей группы. Предложены два алгоритма: первый разделяет большой коллектив на подгруппы по уровню влияния на участников всего коллектива; второй формирует максимально эффективные рабочие группы таким образом, чтобы в каждой группе присутствовали потенциальные лидеры и подчиненные.

9. Приложение. Анкета для определения внутренних связей внутри коллектива.

Представим простую анкету для оценки влияния игроков друг на друга.

1. Знакомы ли Вы с этим человеком?
   Если да, то +1.
2. У Вас был опыт работы в одном коллективе?
   Если да, то +1, если нет, то 0, и переходите к вопросу 4.
3. Каким был опыт совместной работы?
   Если положительным, то + 1, если отрицательным, то −2.
4. Кем Вы были?
   Если подчиненным, то +1, если руководителем, то 0.
5. Как Вы считаете, он может быть руководителем группы, в которой Вы будете работать?
   Если да, то +1, если нет, то −1. Если Вы ничего не знаете об этом человеке, то 0.

Авторы благодарят рецензентов за замечания и предложения, способствовавшие улучшению качества статьи.

Литература

1. *Moreno J. L.* Foundations of sociometry: anintroduction // Sociometry. 1941. Vol. 4 (1). P. 15–35.

2. *Campion M. A., Medsker G. J., Higgs A. C.* Relations between workgroup characteristics and effectiveness: implications for design in effective workgroups // Pers. Psychol. 1993. Vol. 46 (4). P. 823–847.

3. *Gutiérrez J. H., Astudillo C. A., Ballesteros-Pérez P., Mora-Meliá D., Candia-Véjar A.* The multiple team formation problem using sociometry// Computers & Operations Research. 2016. Vol. 75. P. 150–162.

4. *Agustín-Blas L. E., Salcedo-Sanz S., Ortiz-García E. G., Portilla-Figueras A., Pérez-Bellido A. M., Jiménez-Fernández S.* Team formation based on group technology: a hybrid grouping genetic algorithm approach // ComputOperRes. 2011. Vol. 38 (2). P. 484–495.

5. *Chen R.-C.* Grouping optimization based on social relationships // Mathematical Problems in Engineering. 2012. Vol. 2012. Art. ID 170563. P. 1–19.

6. *Chen R.-C., Li J. Y., Ma N. J., Chang Y. T.* Application of sociometry and genetic algorithm to selection of classofficers // Information (Japan). 2013. Vol. 16 (2A). P. 1233–1241.
7. *Новиков Д. А.* Теория управления организационными системами. 2-е изд. М.: Физматлит, 2007. 584 с.
8. *Ballesteros-Pérez P., González-Cruz M. C., Fernández-Diego M.* Proposal for a new method using sociometric techniques for optimal workgroups // Proceedings of the 18th International congress on project management and engineering. Alcañiz, 2014. P. 001–002.
9. *Ballesteros-Pérez P., González-Cruz M. C., Fernández-Diego M.* Human resource allocation management in multiple projects using sociometric techniques // Intern. Journal of Proj. Manag. 2012. Vol. 30 (8). P. 901–913.
10. *Губко М. В., Новиков Д. А.* Теория игр в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2002. 138 с.
11. *Мишин С. П.* Оптимальные иерархии управления в экономических системах. М.: ПМСОФТ, 2004. 190 с.
12. *Васин А. А.* Некооперативные игры в природе и обществе. М.: МАКС Пресс, 2005. 412 с.
13. *Fudenberg D., Tirole J.* Game theory. Cambridge: MIT Press, 1995. 604 p.
14. *Myerson R. B.* Game theory: analysis of conflict. London: Harvard University Press, 1991. 600 p.
15. *Potters J., Sefton M., Heijden E.* Hierarchy and opportunism in teams: Discussion paper. Tilburg: Tilburg University. 2005. N 2005–109. 32 p.
16. *Milgrom P., Roberts J.* Economics. Organization and management. New York.: Prentice-Hall, 1991. 621 p.
17. *Camerer C.* Behavioral game theory. Experiments in strategic interaction. Princeton: Princeton University Press, 2003. 568 p.
18. *Новиков Д. А., Чхартишвили А. Г.* Рефлексивные игры. М.: Синтег, 2003. 149 с.
19. *Губко М. В.* Математические модели оптимизации иерархических структур. М.: ЛЕНАНД, 2006. 264 с.
20. *Новиков Д. А.* Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. М.: Фонд «Проблемы управления», 1999. 161 с.
21. *Караваев А. П.* Модели и методы управления составом активных систем. М.: ИПУ РАН, 2003. 151 с.
22. *Storer N. W., Crane D.* Invisible colleges. Diffusion of knowledge in scientific communities // Medical History. 1977. Vol. 21. P. 221–222.
23. *Van Raan A. F. J.* Measurement of central aspects of scientific research: performance, interdisciplinarity, structure // Measurement: interdisciplinary research and perspectives. 2005. Vol. 3 (1). P. 1–19.
24. *Andrés A.* Measuring academic research. Oxford: Chandos Publ., 2009. 186 p.
25. *Савицкая Д. В.* Нормальная форма (0,1)-матриц и алгоритмы ее построения // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2008. Вып. 4. С. 85–97.
26. *Кормен Т. Х., Лейзерсон Ч. И., Ривест Р. Л., Штайн К.* Алгоритмы: построение и анализ. 2-е изд. / пер. с англ. И. В. Красикова, Н. А. Ореховой, В. Н. Романова; под ред. И. В. Красикова. М.: Изд-во «Вильямс», 2006. 1296 с.

Статья поступила в редакцию 31 мая 2022 г.
Статья принята к печати 1 сентября 2022 г.

Контактная информация:

Лежнина Елена Александровна — канд. физ.-мат. наук, доц.; e.lezhnina@spbu.ru

Хитров Геннадий Михайлович — канд. физ.-мат. наук, доц.; chitrow@gmail.com

Калинина Елизавета Александровна — д-р физ.-мат. наук, проф.; e.kalinina@spbu.ru

Кононов Иван Александрович — студент; st087920@student.spbu.ru

Working groups: creation and management

E. A. Lezhnina, G. M. Khitrov, E. A. Kalinina, I. A. Kononov

St Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab., St Petersburg,
199034, Russian Federation

For citation: Lezhnina E. A., Khitrov G. M., Kalinina E. A., Kononov I. A. Working groups: creation and management. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2022, vol. 18, iss. 4, pp. 608–620.
https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2022.414 (In Russian)

In modern management, one of the most popular and effective approaches to organizing activities is the creation of temporary working groups. An important indicator is the effectiveness of such groups, which strongly depends on the internal structure of the working group and the relationship between team members. For the effective functioning of the group, it is necessary that the group consists of a leader and subordinates. The artificial appointment of a team leader often proves ineffective. The article solves the problem of dividing the team into working groups, taking into account the relationship between individual personalities. Two algorithms are proposed: the first one divides the team into separate groups of possible leaders and subordinates, the second one makes effective working groups. The effectiveness of the group is calculated based on the ee efficiency function, which takes into account interpersonal relationships. Practical and numerical experiments were carried out to verify the adequacy of the model.

Keywords: working groups, adjacency matrix, hierarchical clustering algorithm.

References

1. Moreno J. L. Foundations of sociometry: anintroduction. *Sociometry*, 1941, vol. 4 (1), pp. 15–35.

2. Campion M. A., Medsker G. J., Higgs A. C. Relations between workgroup characteristics and effectiveness: implications for design in effective workgroups. *Pers. Psychol.*, 1993, vol. 46 (4), pp. 823–847.

3. Gutiérrez J. H., Astudillo C. A., Ballesteros-Pérez P., Mora-Meliá D., Candia-Véjar A. The multiple team formation problem using sociometry. *Computers & Operations Research*, 2016, vol. 75, pp. 150–162.

4. Agustín-Blas L. E., Salcedo-Sanz S., Ortiz-García E. G., Portilla-Figueras A., Pérez-Bellido A. M., Jiménez-Fernández S. Team formation based on group technology: a hybrid grouping genetic algorithm approach. *ComputOperRes*, 2011, vol. 38 (2), pp. 484–495.

5. Chen R.-C. Grouping optimization based on social relationships. *Mathematical Problems in Engineering*, 2012, vol. 2012, Art. ID 170563, pp. 1–19.

6. Chen R.-C., Li J. Y., Ma N. J., Chang Y. T. Application of sociometry and genetic algorithm to selection of classofficers. *Information (Japan)*, 2013, vol. 16 (2A), pp. 1233–1241.

7. Novikov D. A. *Teoriia upravleniia organizatsionnymi sistemami* [*Theory of management of organizational systems*]. 2nd ed. Moscow, Physmathlit Publ., 2007, 584 p. (In Russian)

8. Ballesteros-Pérez P., González-Cruz M. C., Fernández-Diego M. Proposal for a new method using sociometric techniques for optimal workgroups. *Proceedings of the 18th International congress on project management and engineering.* Alcañiz, 2014, pp. 001–002.

9. Ballesteros-Pérez P., González-Cruz M. C., Fernández-Diego M. Human resource allocation management in multiple projects using sociometric techniques. *Intern. Journal of Proj. Manag.*, 2012, vol. 30 (8), pp. 901–913.

10. Gubko M. V., Novikov D. A. *Teoriia igr v upravlenii organizatsionnymi sistemami* [*Game theory in the management of organizational systems*]. Moscow, Sinteg Publ., 2002, 138 p. (In Russian)

11. Mishin S. P. *Optimal'nye ierarhii upravleniia v ekonomicheskih sistemah* [*Optimal management hierarchies in economic systems*]. Moscow, PMSOFT Publ., 2004, 190 p. (In Russian)

12. Vasin A. A. *Nekooperativnye igry v prirode i obshchestve* [*Non-cooperative games in nature and society*]. Moscow, MAKS Press, 2005, 412 p. (In Russian)

13. Fudenberg D., Tirole J. *Game theory.* Cambridge, MIT Press, 1995, 604 p.

14. Myerson R. B. *Game theory: analysis of conflict.* London, Harvard University Press, 1991, 600 p.

15. Potters J., Sefton M., Heijden E. *Hierarchy and opportunism in teams.* Discussion paper. Tilburg, Tilburg University Press, 2005, no. 2005–109, 32 p.

16. Milgrom P., Roberts J. *Economics. Organization and management.* New York, Prentice-Hall Publ., 1991, 621 p.

17. Camerer C. *Behavioral game theory. Experiments in strategic interaction.* Princeton, Princeton University Press, 2003, 568 p.

18. Novikov D. A., Chkhartishvili A. G. *Refleksivnye igry* [*Reflexive games*]. Moscow, Sinteg Publ., 2003, 149 p. (In Russian)

19. Gubko M. V. *Matematicheskiie modeli optimizatsii ierarhicheskih struktur* [*Mathematical models of optimization of hierarchical structures*]. Moscow, LENAND Publ., 2006, 264 p. (In Russian)

20. Novikov D. A. *Mehanizmy funktsionirovaniia mnogourovnenyh organizatsionnyh sistem* [*Mechanisms of functioning of multilevel organizational systems*]. Moscow, "Management problems" foundation Publ., 1999, 161 p. (In Russian)

21. Karavaev A. P. *Modeli i metody upravleniia sostavom aktivnyh sistem* [*Models and methods of active systems composition management*]. Moscow, IPU RAS Publ., 2003, 151 p. (In Russian)

22. Storer N. W., Crane D. Invisible colleges. Diffusion of knowledge in scientific communities. *Medical History*, 1977, vol. 21, pp. 221–222.

23. Van Raan A. F. J. Measurement of central aspects of scientific research: performance, interdisciplinarity, structure. *Measurement: interdisciplinary research and perspectives*, 2005, vol. 3 (1), pp. 1–19.

24. Andrés A. *Measuring academic research.* Oxford, Chandos Publ., 2009, 186 p.

25. Savitskaia D. V. Normal'naia forma (0,1)-matrits i algoritmy ee postroeniia [The normal form of (0,1)-matrices and algorithms for its construction]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 10. Applied Mathematics. Computer Sciences. Control Processes*, 2008, iss. 4, pp. 85–97. (In Russian)

26. Cormen Th. H., Leiserson Ch. E., Rivest R. L., Stein C. *Introduction to algorithms.* 2nd ed. Cambridge, Massachusetts, London, England, MIT Press and McGraw-Hill, 2001, 1312 p. (Rus ed.: Cormen Th. H., Leiserson Ch. E., Rivest R. L., Stein C. *Algoritmy: postroenie i analiz.* Moscow, Viliams Press, 2006, 1296 p.).

Received: May 31, 2022.
Accepted: September 01, 2022.

Authors' information:

Elena A. Lezhnina — PhD in Physics and Mathematics, Associated Professor; e.lezhnina@spbu.ru

Gennady M. Khitrov — PhD in Physics and Mathematics, Associated Professor; chitrow@gmail.com

Elizaveta A. Kalinina — Dr. Sci. in Physics and Mathematics, Professor; e.kalinina@spbu.ru

Ivan A. Kononov — Student; st087920@student.spbu.ru