

Особенности разработки мультипольных элементов на основе постоянных магнитов для систем транспортировки заряженных частиц. II. Уточненная методика выбора конфигурации линзы

В. М. Амосков¹, В. Н. Васильев¹, Е. И. Гапионов¹, Г. Г. Гульбекян², Н. С. Едаменко³, И. А. Иваненко², Н. Ю. Казаринов², И. В. Калагин², М. В. Капаркова¹, В. П. Кухтин¹, Е. А. Ламзин¹, А. А. Макаров¹, А. Н. Неженцев¹, Д. А. Овсянников³, Д. А. Овсянников (мл.)⁴, Н. Ф. Осипов², И. Ю. Родин¹, С. Е. Сычевский³, А. А. Фирсов¹, Н. А. Шатиль¹

¹ Акционерное общество «НИИ электрофизической аппаратуры им. Д. В. Ефремова», Российская Федерация, 196641, Санкт-Петербург, Дорога на Металлострой, 3

² Объединенный институт ядерных исследований, Российская Федерация, 141980, Московская область, Дубна, ул. Жолио-Кюри, 6

³ Санкт-Петербургский государственный университет, Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7-9

⁴ Университет промышленных технологий и дизайна, Российская Федерация, 191186, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, 18

Для цитирования: *Амосков В. М., Васильев В. Н., Гапионов Е. И., Гульбекян Г. Г., Едаменко Н. С., Иваненко И. А., Казаринов Н. Ю., Калагин И. В., Капаркова М. В., Кухтин В. П., Ламзин Е. А., Макаров А. А., Неженцев А. Н., Овсянников Д. А., Овсянников Д. А. (мл.), Осипов Н. Ф., Родин И. Ю., Сычевский С. Е., Фирсов А. А., Шатиль Н. А.* Особенности разработки мультипольных элементов на основе постоянных магнитов для систем транспортировки заряженных частиц. II. Уточненная методика выбора конфигурации линзы // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2022. Т. 18. Вып. 4. С. 454–472.

<https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2022.402>

Объектом исследования является магнитная система квадрупольной линзы на основе постоянных магнитов для укороченного пассивного канала МС2 системы вывода пучка из циклотрона ДЦ-140. Цель работы — разработка расчетной модели линзы, проведение оптимизационных расчетов для выбора ее конфигурации, анализ влияния разброса параметров постоянных магнитов на характеристики линзы и оценка допусков на эти параметры для обеспечения требуемого распределения магнитного поля. Предложенные методики выбора и оптимизации конструкции магнитной системы и разработанные на их основе аналитические 2D и 3D параметрические модели линзы позволяют учесть геометрические параметры и магнитные свойства постоянных магнитов, принимая во внимание их возможную коррекцию по результатам как входного контроля, так и траекторного анализа. На основе данных методик и моделей выбрана оптимальная конфигурация магнитной системы квадруполя и выполнен ее электромагнитный анализ. Показано, что применявшийся ранее критерий оптимизации по относительной ошибке поля недостаточно информативен, поскольку дает заниженную оценку ошибки формирования градиента поля. Вместо него следует использовать один из нескольких предложенных в работе критериев непосредственно по ошибке градиента поля.

Ключевые слова: постоянные магниты, квадрупольная линза, система вывода пучка, прямая и обратная задачи магнитостатики, численное моделирование.

© Санкт-Петербургский государственный университет, 2022

1. Введение. Объектом исследования [1] является магнитная система квадрупольной линзы, состоящей из закрепленных в немагнитной обечайке постоянных магнитов (ПМ), для укороченного канала МС2 системы вывода пучка из циклотрона ДЦ-140 [2, 3] Лаборатории ядерных реакций им. Г. Н. Флерова Объединенного института ядерных исследований (г. Дубна, РФ).

Основная цель работы состояла в разработке расчетной модели линзы и выборе ее конфигурации, проведении оптимизационных расчетов по формированию требуемого распределения магнитного поля в рабочей области и элементах магнитной структуры, анализе влияния разброса параметров ПМ и оценке требований к точности их сборки, обеспечивающих выполнение основных конструктивных и технических требований.

Предварительные 2D исследования позволили осуществить выбор конфигурации квадрупольной линзы на ПМ (PMQ) квадратного сечения [1] (рис. 1, а), обеспечивающей требуемые параметры и характеристики поля в канале МС2 системы вывода пучка из циклотрона ДЦ-140 [2, 3]. Также в [1] приведены полученные распределения квадрупольного поля с градиентом 9 Тл/м и его отклонения в поперечном сечении рабочей области $60 \times 25 \text{ мм}^2$, обусловленные конкретными параметрами выбранной магнитной системы. Максимальное отклонение поля в рабочей области от требуемого значения не превышает 1 %, среднее отклонение — 0.1–0.2 %.

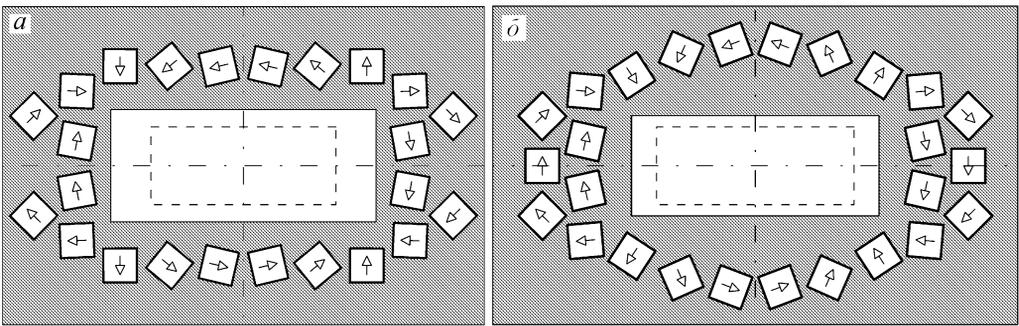


Рис. 1. Предварительное (а) и уточненное (б) сечения PMQ из 24 (а) и 26 (б) ПМ квадратного сечения $11 \times 11 \text{ мм}^2$

Стрелки указывают направления намагниченности, пунктиром обозначена рабочая область, сплошными линиями — апертура и внешние габариты PMQ.

Для выбранной конфигурации был выполнен 3D расчет распределения поля без учета возможного разброса магнитных и геометрических параметров ПМ, обусловленного изготовлением и сборкой магнитной системы квадрупольной линзы.

С использованием полученной 3D карты поля по результатам траекторного анализа были уточнены требования к линзе (рис. 1, б):

- градиент поля в рабочей области $G = 8.1 \text{ Тл/м}$ (было $G = 9.0 \text{ Тл/м}$ [1]);
- погрешность линейной аппроксимации поля в рабочей области (или, как допустимый вариант, внутри эллипса, вписанного в рабочую область) не больше $\pm 1 \%$;
- рабочая область PMQ $64 \times 25 \text{ мм}^2$ (было $60 \times 25 \text{ мм}^2$);
- апертура PMQ $80 \times 32 \text{ мм}^2$ (было $86 \times 36 \text{ мм}^2$);
- внешние габариты PMQ $170 \times 106 \text{ мм}^2$ (было $156 \times 102 \text{ мм}^2$);
- эффективная длина PMQ $L_{\text{eff}} = 29.93 \text{ см}$.

Под эффективной длиной понимается интеграл вдоль центральной линии:

$$L_{\text{eff}0} = \frac{1}{G_0} \int_{z_{\text{min}}}^{z_{\text{max}}} \frac{\partial B_y(0, 0, z)}{\partial x} dz,$$

где $G_0 = G(0, 0, 0)$ — градиент поля в центре (по длине) линзы; z_{min} и z_{max} — координаты, на которых поле линзы спадает практически до нуля.

Погрешность линейной аппроксимации поля для горизонтального и вертикального движений определяется соответственно следующим образом:

$$\frac{\delta L_{\text{eff}x}(x, y)}{L_{\text{eff}0}} = \frac{L_{\text{eff}x}(x, y)}{L_{\text{eff}0}} - 1, \quad \frac{\delta L_{\text{eff}y}(x, y)}{L_{\text{eff}0}} = \frac{L_{\text{eff}y}(x, y)}{L_{\text{eff}0}} - 1,$$

$$L_{\text{eff}x}(x, y) = \frac{1}{G_0 x} \int_{z_{\text{min}}}^{z_{\text{max}}} B_y(x, y, z) dz, \quad L_{\text{eff}y}(x, y) = \frac{1}{G_0 y} \int_{z_{\text{min}}}^{z_{\text{max}}} B_x(x, y, z) dz.$$

Отметим, что с точки зрения динамики заряженных частиц параметры линзы G и L_{eff} могут варьироваться в известных пределах при выполнении условия $G \cdot L_{\text{eff}} = \text{const}$, определяемого требованиями технического задания на ее разработку.

Таким образом, основная цель работы состояла в выборе конфигурации ПМ, удовлетворяющей уточненным выше требованиям.

2. Особенности задачи формирования поля РМҚ. Методы анализа комбинированных магнитных систем, содержащих в общем случае ПМ, токонесящие обмотки и магнитомягкие материалы (электротехнические и конструкционные стали), к настоящему времени достаточно разработаны [4–9]. Актуальность их применения обусловлена созданием гибридных магнитолевитационных транспортных систем, активных магнитных подшипников для газонефтедобывающей промышленности, мощных двигателей и генераторов, магниторезонансных томографов с низким уровнем рабочей индукции [10, 11]. Однако, если практически для всего перечисленного выше оборудования, за исключением томографов, требования к качеству распределений магнитных полей сравнительно невысоки и в значительной степени относятся к интегральным параметрам систем (магнитному потоку и электромагнитным силам), то для томографов, являющихся прецизионными приборами, крайне важно качество распределения поля в рабочей области. Обсуждаемая в данной работе линза также относится к прецизионным устройствам.

Были использованы разработанные авторами методики и комплексы вычислительных программ [12–18], которые ориентированы на моделирование (на основе дифференциальных и интегральных численных алгоритмов, а также аналитических методов) практически любых типов электрофизического оборудования, включая прецизионные системы.

Можно показать, что в предположении отсутствия эффектов размагничивания ПМ (намагниченность $\mathbf{M} = \text{const}$) линейный интеграл поля $B(x, y, z)$ вдоль линии $(x, y) = \text{const}$ однозначно определяется решением двумерной задачи $B_{2D}(x, y)$:

$$\int_{z_{\text{min}}}^{z_{\text{max}}} B(x, y, z) dz = B_{2D}(x, y) \cdot L_{\text{PM}},$$

где L_{PM} — фактическая конструктивная длина ПМ вдоль координаты z .

То же верно и в отношении градиента поля:

$$\int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \frac{\partial B_y(x, y, z)}{\partial x} dz = \frac{\partial B_y(x, y)_{2D}}{\partial x} \cdot L_{PM}.$$

Тогда эффективная длина линзы может быть представлена в виде

$$L_{\text{eff0}} = \frac{L_{PM}}{G_0} \frac{\partial B_y(0, 0)_{2D}}{\partial x}.$$

В частности, если градиент поля в центральной точке равен требуемому значению $G_0 = 8.1$ Тл/м, то требуемое значение эффективной длины совпадает с конструктивной: $L_{\text{eff0}} = L_{PM} = 29.93$ см. Вместе с тем, если конструктивная длина равна, например, $L_{PM} = 30$ см, то градиент поля должен быть равен $\partial B_y(0, 0)_{2D}/\partial x = G_0 L_{\text{eff0}}/L_{PM} = 8.081$ Тл/м, где $G_0 L_{\text{eff0}} = G \cdot L_{\text{eff}} = \text{const}$ по условиям задачи. В случае $\partial B_y(0, 0)_{2D}/\partial x = G_0$ очевидно, как и ранее, имеем $L_{\text{eff0}} = L_{PM}$. Отметим, что в трехмерном случае градиент поля за счет краевых эффектов всегда меньше, чем в двумерной задаче, что, тем не менее, в известных пределах допустимо.

Аналогично можно выразить эффективные длины (отдельно для горизонтального и вертикального движения) в любой точке сечения:

$$L_{\text{eff}x}(x, y) = \frac{L_{PM}}{G_0 x} B_y(x, y)_{2D}, \quad L_{\text{eff}y}(x, y) = \frac{L_{PM}}{G_0 y} B_x(x, y)_{2D}.$$

Тогда соответствующие погрешности будут равны

$$\frac{\delta L_{\text{eff}x}}{L_{\text{eff0}}} = \frac{B_y(x, y)_{2D}}{x} \Big/ \frac{\partial B_y(0, 0)_{2D}}{\partial x} - 1, \quad \frac{\delta L_{\text{eff}y}}{L_{\text{eff0}}} = \frac{B_x(x, y)_{2D}}{y} \Big/ \frac{\partial B_y(0, 0)_{2D}}{\partial x} - 1,$$

и их можно переписать следующим образом:

$$\varepsilon_x(x, y) = \frac{B_y(x, y)_{2D}}{G_{0,2D} x} - 1, \tag{1}$$

$$\varepsilon_y(x, y) = \frac{B_x(x, y)_{2D}}{G_{0,2D} y} - 1, \tag{2}$$

где

$$G_{0,2D} = \frac{\partial B_y(0, 0)_{2D}}{\partial x} = G_0 \frac{L_{\text{eff0}}}{L_{PM}}.$$

Эти погрешности можно выразить также так:

$$\varepsilon_x(x, y) = \frac{B_y(x, y)_{2D}}{B_{0y}(x, y)_{2D}} - 1 = \frac{\delta B_y(x, y)_{2D}}{B_{0y}(x, y)_{2D}}, \quad \varepsilon_y(x, y) = \frac{B_x(x, y)_{2D}}{B_{0x}(x, y)_{2D}} - 1 = \frac{\delta B_x(x, y)_{2D}}{B_{0x}(x, y)_{2D}},$$

здесь, по определению, $B_{0x}(x, y)_{2D} = G_{0,2D} \cdot y$, $B_{0y}(x, y)_{2D} = G_{0,2D} \cdot x$ — требуемое квадрупольное поле.

Следует отметить, что использование ε_x и ε_y в качестве критериев формирования поля может оказаться некорректным при учете влияния ошибок изготовления и сборки ПМ, которые приводят к отсутствию симметрии конструкции и, следовательно, поля. Потому в общем случае поле в центральной точке $B_{2D}(0, 0) \neq 0$. Принимая во внимание эту возможную особенность, критерии ε_x и ε_y следует модифицировать.

Первый вариант модификации — добиваться однородности локального градиента поля в рабочей области, заменив B_y/x и B_x/y на соответствующие производные. При этом, поскольку в двумерном случае из $\text{rot}\mathbf{H} = 0$ следует $\partial B_y/\partial x = \partial B_x/\partial y$, то получим, что

$$\varepsilon_{G_x}(x, y) = \frac{1}{G_{0,2D}} \frac{\partial B_y(x, y)_{2D}}{\partial x} - 1 = \frac{1}{G_{0,2D}} \frac{\partial B_x(x, y)_{2D}}{\partial y} - 1. \quad (3)$$

Второй возможный вариант — принять в качестве цели полный вектор \mathbf{G} (для краткости значок «2D» далее опускается и под G_0 подразумевается $G_{0,2D}$):

$$\mathbf{G}(x, y) = \text{grad}B_y(x, y) = \frac{\partial \mathbf{B}(x, y)}{\partial y} \rightarrow \mathbf{G}_0 = (G_0, 0)$$

и ошибку вычислять как

$$\varepsilon_G(x, y) = \frac{|\mathbf{G}(x, y) - \mathbf{G}_0|}{|\mathbf{G}_0|} = \frac{1}{G_0} \sqrt{\left(\frac{\partial B_y(x, y)}{\partial x} - G_0\right)^2 + \left(\frac{\partial B_y(x, y)}{\partial y}\right)^2} = \sqrt{\varepsilon_{G_x}^2 + \varepsilon_{G_y}^2}, \quad (4)$$

где $G_x = \partial B_y(x, y)/\partial x$ и $G_y = \partial B_y(x, y)/\partial y$ являются x - и y -компонентами вектора $\mathbf{G}(x, y) = \text{grad}B_y(x, y)$.

Можно отметить, что если определить градиент в отношении другой компоненты двумерного поля:

$$\mathbf{G}^*(x, y) = \text{grad}B_x(x, y) = \frac{\partial \mathbf{B}(x, y)}{\partial x} \rightarrow \mathbf{G}_0^* = (0, G_0),$$

то (вследствие $\text{div}\mathbf{B} = 0 \Rightarrow \partial B_y/\partial y = -\partial B_x/\partial x$) результат будет тот же:

$$G_x^* = \frac{\partial B_x}{\partial x} = -\frac{\partial B_y}{\partial y} = -G_y, \quad G_y^* = \frac{\partial B_x}{\partial y} = \frac{\partial B_y}{\partial x} = G_x,$$

$$\varepsilon_{G^*} = \frac{|\mathbf{G}^* - \mathbf{G}_0^*|}{|\mathbf{G}_0^*|} = \frac{1}{G_0} \sqrt{(G_x^*)^2 + (G_y^* - G_0)^2} = \frac{1}{G_0} \sqrt{(-G_y)^2 + (G_x - G_0)^2} = \varepsilon_G.$$

При этом векторы \mathbf{G} и \mathbf{G}^* равны ($|\mathbf{G}| = |\mathbf{G}^*$) и взаимно перпендикулярны ($\mathbf{G} \perp \mathbf{G}^*$):

$$|\mathbf{G}^*| = \sqrt{G_x^{*2} + G_y^{*2}} = \sqrt{(-G_y)^2 + G_x^2} = |\mathbf{G}|,$$

$$(\mathbf{G}^*, \mathbf{G}) = G_x^* G_x + G_y^* G_y = -G_y G_x + G_x G_y = 0.$$

Итак, уточнение методики выбора конфигурации линзы включает базовую оптимизацию, выполняемую на основе анализа двумерного распределения поля, с использованием ряда определенных выше критериев для достижения наилучшего результата оптимизации.

Поле ПМ квадратного сечения в рабочей области с достаточной точностью (для последней конфигурации — с точностью в среднем 0.1–0.2 %) равно полю цилиндрических магнитов с той же площадью сечения. Для последних в двумерном случае известно аналитическое выражение [1, 4, 5]

$$\mathbf{H} = \frac{(\mathbf{n}, \mathbf{m})\mathbf{n} - \mathbf{m}/2}{\pi r^2},$$

где $\mathbf{m} = \mathbf{M} \cdot \pi R^2$ — удельный магнитный момент на единицу длины магнита; \mathbf{M} — вектор намагниченности магнита; R — радиус цилиндрического магнита; $r = |\mathbf{r}|$ — расстояние от центра цилиндра до точки наблюдения ($r > R$); \mathbf{r} — радиус-вектор из центра цилиндра в точку наблюдения; $\mathbf{n} = \mathbf{r}/r$ — единичный вектор, направленный из центра цилиндра в точку наблюдения.

Определим градиент поля цилиндрического магнита. Обозначим через \mathbf{e} единичный вектор в выбранном направлении. Тогда компонента поля в таком направлении — это проекция (скалярное произведение) вектора поля на такой вектор:

$$H_e = (\mathbf{H}, \mathbf{e}) = \frac{(\mathbf{n}, \mathbf{m})(\mathbf{n}, \mathbf{e}) - (\mathbf{m}, \mathbf{e})/2}{\pi r^2}.$$

Градиент этой величины равен (учитывая, что \mathbf{m} и \mathbf{e} константы):

$$\text{grad}H_e = \text{grad} \frac{(\mathbf{n}, \mathbf{m})(\mathbf{n}, \mathbf{e}) - (\mathbf{m}, \mathbf{e})/2}{\pi r^2} = \frac{(\mathbf{n}, \mathbf{e})\mathbf{m} + (\mathbf{n}, \mathbf{m})\mathbf{e} + ((\mathbf{m}, \mathbf{e}) - 4(\mathbf{n}, \mathbf{m})(\mathbf{n}, \mathbf{e}))\mathbf{n}}{\pi r^3},$$

здесь было использовано (\mathbf{a} — постоянный вектор), что

$$\text{grad} \frac{(\mathbf{n}, \mathbf{a})}{r} = \frac{\mathbf{a} - 2(\mathbf{n}, \mathbf{a})\mathbf{n}}{r^2}, \quad \text{grad} \frac{1}{r^2} = -\frac{2\mathbf{n}}{r^3}.$$

Тогда, в частности,

$$\text{grad}H_x = \frac{d\mathbf{H}}{dx} = \frac{n_x\mathbf{m} + (m_x - 4(\mathbf{n}, \mathbf{m})n_x)\mathbf{n} + (\mathbf{n}, \mathbf{m})e_x}{\pi r^3},$$

$$\text{grad}H_y = \frac{d\mathbf{H}}{dy} = \frac{n_y\mathbf{m} + (m_y - 4(\mathbf{n}, \mathbf{m})n_y)\mathbf{n} + (\mathbf{n}, \mathbf{m})e_y}{\pi r^3}.$$

Как уже отмечалось, в двумерном случае для анализа распределения поля линзы достаточно взять любой из векторов $\text{grad}H_x$ или $\text{grad}H_y$, поскольку из условий $\text{div}\mathbf{B} = 0$ и $\text{rot}\mathbf{H} = 0$ следует, что второй вектор равен первому, повернутому на угол 90° :

$$(\text{grad}H_y)_x = \frac{dH_y}{dx} = \frac{dH_x}{dy} = (\text{grad}H_x)_y, \quad (\text{grad}H_y)_y = \frac{dH_y}{dy} = -\frac{dH_x}{dy} = -(\text{grad}H_x)_y.$$

Можно убедиться, что выражения для градиента поля цилиндрического магнита удовлетворяют этому условию:

$$(\text{grad}H_x)_x = \frac{n_x m_x + (m_x - 4(\mathbf{n}, \mathbf{m})n_x)n_x + (\mathbf{n}, \mathbf{m})}{\pi r^3} = \frac{2n_x m_x + (\mathbf{n}, \mathbf{m})(1 - 4n_x^2)}{\pi r^3},$$

$$\begin{aligned} (\text{grad}H_y)_y &= \frac{2n_y m_y + (\mathbf{n}, \mathbf{m})(1 - 4n_y^2)}{\pi r^3} = \frac{2(\mathbf{n}, \mathbf{m}) - 2n_x m_x + (\mathbf{n}, \mathbf{m})(1 - 4 + 4n_x^2)}{\pi r^3} = \\ &= -(\text{grad}H_x)_x. \end{aligned}$$

Аналогично получаем $(\text{grad}H_x)_y = (\text{grad}H_y)_x$.

В дальнейшем для определенности под градиентом поля G будет подразумеваться вектор

$$\mathbf{G}(x, y) = \text{grad}B_y(x, y) = \frac{\partial \mathbf{B}(x, y)}{\partial y} \rightarrow \mathbf{G}_0 = (G_0, 0).$$

С учетом предыдущих замечаний можно проанализировать сформированное ранее поле квадруполья [1]. На рис. 2–5 показаны распределения градиента поля

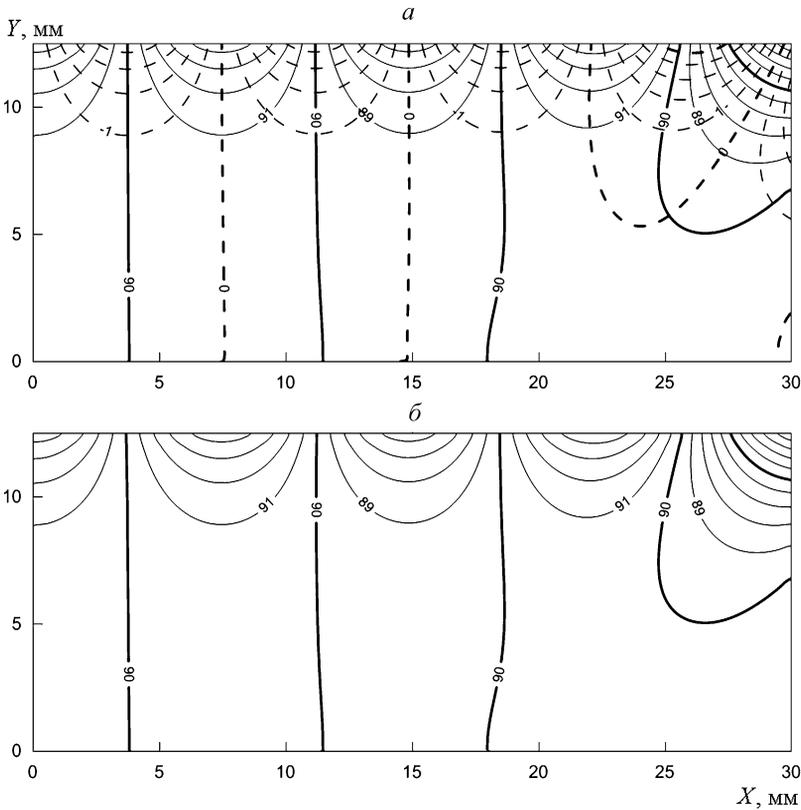


Рис. 2. Изолинии компонент $G_x = (\text{grad}B_y)_x$ и $G_y = (\text{grad}B_y)_y$ (сплошные и штриховые линии) (а), модуля $|\mathbf{G}|$ (б) сформированного градиента поля $\mathbf{G} = \text{grad}B_y$ (Гс/мм) в I квадранте рабочей области $60 \times 25 \text{ мм}^2$

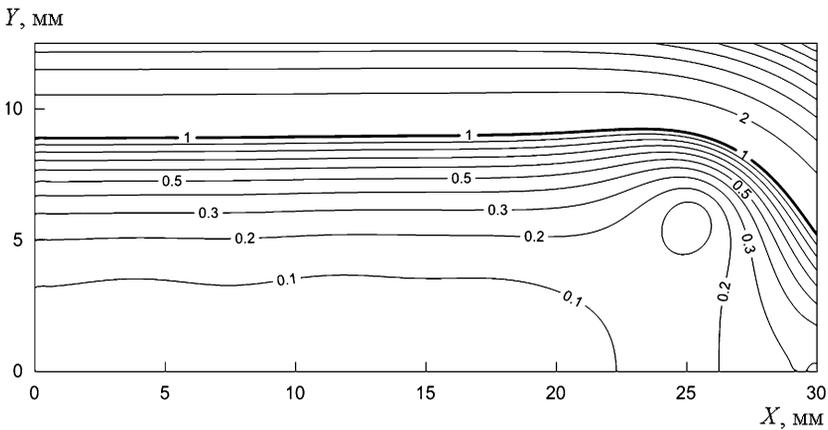


Рис. 3. Отклонение $|\delta\mathbf{G}| = |\mathbf{G} - \mathbf{G}_0| = ((G_x - G_0)^2 + G_y^2)^{1/2} = (\delta G_x^2 + \delta G_y^2)^{1/2}$ (Гс/мм)

$\mathbf{G} = \text{grad}B_y$ и его отклонения от требуемого $\mathbf{G}_0 = (G_0, 0)$, где $G_0 = 9 \text{ Тл/м}$, в поперечном сечении рабочей области $60 \times 25 \text{ мм}^2$. Максимальное отклонение градиента поля $|\delta\mathbf{G}| = |\mathbf{G} - \mathbf{G}_0|$ в рабочей области достигает 10 % в угловой точке.

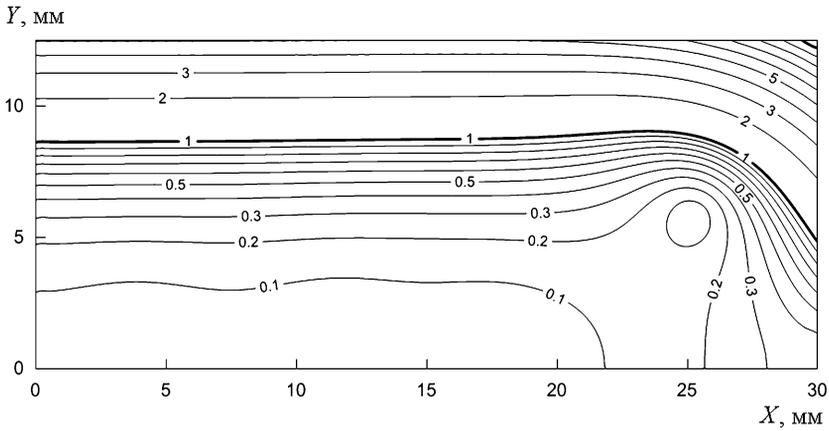


Рис. 4. Относительное отклонение $\varepsilon_G = |\delta G|/|G_0|$ (%)

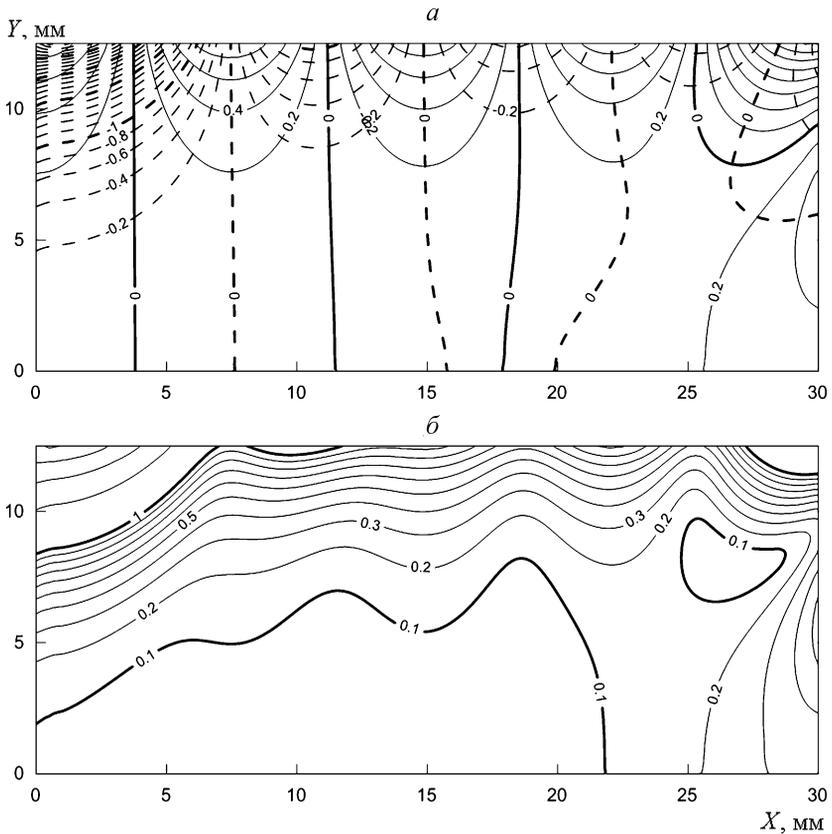


Рис. 5. Изолинии критериев $\varepsilon_y = \delta B_x/G_0y$ и $\varepsilon_x = \delta B_y/G_0x$ (сплошные и штриховые линии) (а), а также их модуль $(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2)^{1/2}$ (б) (%)

На рис. 6, а показаны величины критериев ε_x , ε_y , ε_{G_x} и ε_G вдоль границы эллипса, вписанного в рабочую область (линии $x = a_x \cos \varphi$, $y = a_y \sin \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/2$, $a_x = 30$ мм, $a_y = 12.5$ мм). Наибольшая ошибка поля для всех критериев наблюдается

в окрестности точки $\varphi = 90^\circ$ ($x \approx 0$, $y \approx 12.5$ мм), при этом максимальное значение, превышающее 5 %, имеет место для критерия ε_G , который, следовательно, является наиболее жестким.

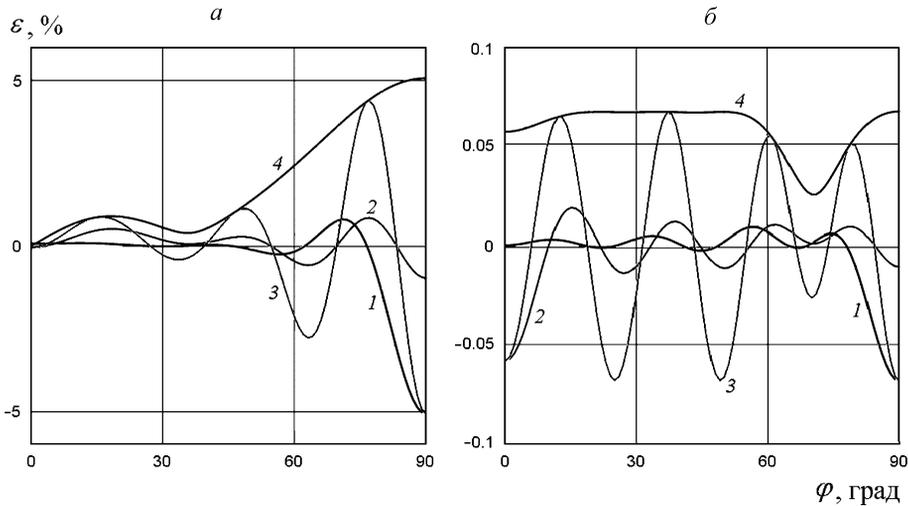


Рис. 6. Сравнение критериев формирования поля в конфигурации РМҚ (а, см. рис. 1, а; б, см. рис. 1, б) на границе эллипса, вписанного в соответствующую рабочую область 60×25 мм² (а) и 64×25 мм² (б) Кривые 1–4 вычислены по формулам (1)–(4) для критериев ε_x , ε_y , ε_{G_x} и ε_G соответственно; $G_0 = 9.0$ (а) и 8.1 Тл/м (б)

Таким образом, применявшийся ранее критерий оптимизации $\varepsilon_B = |\delta B|/|B_0| = |B - B_0|/|B_0|$, $B_{0x} = G_{0y}$, $B_{0y} = G_{0x}$ для выбора конфигурации РМҚ не является достаточным, поскольку дает заниженную оценку ошибки формирования градиента поля. Вместо него следует использовать один из введенных выше критериев ε_x , ε_y , ε_{G_x} или ε_G . Последний, как наиболее жесткий, представляется наиболее предпочтительным.

Возможности дальнейшей оптимизации обусловлены рядом факторов. Во-первых, требования к градиенту поля (1 %) относятся преимущественно к области локализации пучка частиц, определяемой эллипсом, который вписан в рабочую область. Кроме того, в отличие от предыдущего варианта предполагается менее регулярное расположение ПМ, что дает дополнительную степень свободы при оптимизации конструкции РМҚ. Также оптимизация должна учитывать изменения требуемых параметров квадрупольной линзы, таких как градиент поля $G_0 = 8.1$ Тл/м, расширенная рабочая область РМҚ 64×25 мм², уточненные требования к апертуре, габаритам и эффективной длине.

В общем случае ошибку формирования поля (градиента поля) РМҚ определяют следующие составляющие:

- 1) отклонение расчетного поля от требуемого, обусловленное конструктивными и техническими ограничениями РМҚ и параметрами ПМ; находится расчетным путем в предположении заданных/оптимизированных параметров магнитной системы;
- 2) отклонение поля от расчетного, обусловленное неточностями изготовления и сборки магнитной системы и ее элементов, а также разбросом параметров ПМ, выпускаемых промышленностью.

Из общих соображений расчетное отклонение поля должно быть минимальным для того, чтобы увеличить диапазон допусков на изготовление элементов РМҚ и ее сборку и, как следствие, уменьшить жесткость технологических требований на этапе производства. Исходя из заданной погрешности формирования градиента поля РМҚ, не превышающей 1 %, примем в качестве допустимого расчетного отклонения градиента поля величину не выше 0.1 %, а погрешности расчетов — не более 0.01 %.

3. Описание уточненной методики выбора конфигурации РМҚ и формирования поля. Методика формирования конфигурации РМҚ в основном совпадает с разработанной ранее [1] и использовавшейся на предыдущих этапах.

Решается обратная двумерная задача определения положения и намагниченности ПМ цилиндрической формы, намагниченных перпендикулярно оси цилиндра, которые обеспечивают требуемый градиент поля в заданной области. Аналитическое представление поля (и его градиента) цилиндрического магнита применяет понятие удельного магнитного момента, поэтому решение ищется в терминах магнитных моментов ПМ. Полученному решению могут соответствовать различные варианты конструктивного исполнения, отличающиеся при заданном магнитом моменте намагниченностью, площадью и формой сечения магнита. Оптимальное решение должно учитывать конструктивные, технологические и иные соображения, отвечающие поставленной задаче.

Решение обратной задачи ищется численно с помощью регуляризованного метода наименьших квадратов с адаптивной процедурой выбора параметра регуляризации [6]. Используется программное обеспечение, разработанное в АО «НИИ электрофизической аппаратуры им. Д. В. Ефремова» (код RESOLVE).

ПМ располагаются в плоскости XY вокруг апертуры ($80 \times 32 \text{ мм}^2$) внутри допустимого внешнего габарита РМҚ ($170 \times 106 \text{ мм}^2$). Выбор положений магнитов описан ранее [1] и ограничен разнонаправленными факторами: 1) магниты не должны располагаться слишком далеко от рабочей области, чтобы величина их магнитного момента была бы достаточной для формирования требуемого уровня поля; 2) магниты не должны располагаться слишком близко к рабочей области, чтобы их локальные возмущения поля не сказывались на гладкости полного поля в рабочей области; 3) магнитов должно быть достаточно много, а их поперечные сечения должны быть достаточно малыми по той же причине, но 4) магнитов не должно быть слишком много из-за технологических ограничений.

Компоненты векторов магнитных моментов образуют вектор неизвестных \mathbf{X} .

Для контроля качества формируемого поля (требуемого градиента поля) внутри рабочей области ($64 \times 25 \text{ мм}^2$) задается набор контрольных точек, входящих в постановку задачи. Поскольку область, на которую распространяются требования к полю, может быть ограничена эллипсом, вписанным в рабочую область, контрольные точки выбраны на границе эллипса $x = a_x \cos \varphi$, $y = a_y \sin \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/2$, $a_x = 32 \text{ мм}$, $a_y = 12.5 \text{ мм}$, с шагом $\Delta\varphi = 1^\circ$.

Зная значения компонент векторов моментов всех ПМ, можно найти величины компонент градиента поля $\mathbf{G} = \text{grad}B_y$ во всех контрольных точках. Они образуют вектор \mathbf{Y} , который связан линейной зависимостью с вектором неизвестных \mathbf{X} :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X},$$

где \mathbf{A} — матрица, коэффициенты которой вычисляют, используя полученные выше выражения для градиента поля от цилиндрического магнита, с учетом положения каждого магнита и координат контрольных точек.

Известные (целевые) компоненты градиента поля $G_0 = \text{grad}B_{0y} = (8.1, 0)$ Тл/м в этих точках образуют вектор правых частей Y_0 .

Задача заключается в том, чтобы найти такой вектор X (такую комбинацию магнитных моментов), при котором вектор $Y = A \cdot X$ (градиентов полей в контрольных точках) был максимально близок к Y_0 (требуемому градиенту), при дополнительном условии равенства магнитных моментов ПМ. С практической точки зрения это условие означает, что все ПМ должны быть однотипными.

Такое решение задачи ищется путем минимизации функционала [1]

$$\Phi = \max_k \left\| X^{(k)} \right\|_2^2 = \max_k \sum_{i=2k-1}^{2k} X_i^2$$

при заданном значении другого функционала:

$$\Psi = \max_l \left\| Y^{(l)} - Y_0^{(l)} \right\|_2^2 = \max_l \sum_{j=2l-1}^{2l} \left(\sum_i A_{ji} X_i - Y_{0j} \right)^2 = \text{const},$$

что соответствует решению вариационной задачи на условный экстремум.

Каждый из двумерных векторов $X^{(k)}$ и $Y^{(l)}$, составляющих вектора X и Y соответственно, имеют своими компонентами подлежащие поиску магнитные моменты m_x и m_y каждого постоянного магнита и градиенты поля G_x и G_y в каждой контрольной точке. Чем больше Ψ , тем меньше поле удовлетворяет требуемому $Y_0^{(l)}$, но тем меньше Φ и максимальный магнитный момент ПМ. При этом тем большее число магнитов принимают этот (одинаковый) магнитный момент, поскольку значения $X^{(k)}$ стремятся к одной и той же величине для достижения квадратичным функционалом Φ своего минимума. Таким образом, можно ожидать, что при некотором предельном значении Ψ магнитные моменты всех ПМ становятся равными по величине (оставаясь разными по направлению). На графиках зависимости решения $m^{(k)}$ от ошибки $\delta G_{\max} = |G - G_0|_{\max} = \Psi^{1/2}$ этому предельному значению соответствует точка ветвления (см. в качестве иллюстрации рис. 7). Данной точке соответствует оптимальное решение, если выполняется требуемый критерий расчетного отклонения градиента поля $\varepsilon_G = |\delta G_{\max}|/G_0 \leq 0.1\%$. Две ветви на рис. 7 отражают зависимость максимального и минимального моментов всех магнитов от величины погрешности Ψ .

4. Поиск оптимальной конфигурации РМҚ. В табл. 1 представлены варианты конфигурации РМҚ (положения центров ПМ), для которых выполнялась оптимизация по изложенной методике. Первый вариант соответствует конфигурации РМҚ, найденной на предыдущем этапе [1]. На последующем этапе оптимизация выполнялась по уточненной методике (минимизируются отклонения градиента поля от требуемого, область контроля ограничена эллипсом, см. п. 3). Каждый последующий вариант основывался на результатах анализа предыдущего и представлял собой попытку его улучшения за счет вариации положения магнитов или их добавления/исключения. При этом магниты, оставаясь в пределах разрешенной области (за пределами апертуры 80×32 мм², но внутри габаритов 170×106 мм²), должны иметь расстояние между их центрами около 16 мм (области, занимаемые соседними магнитами квадратного сечения, предположительно со стороны 11 мм не должны пересекаться).

На рис. 8 для рассмотренных вариантов конфигурации РМҚ приведены оптимальные решения в виде зависимости моментов m ПМ от ошибки $\delta G_{\max} = |G -$

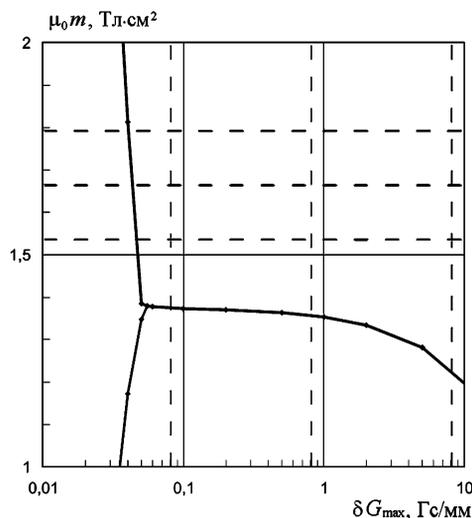


Рис. 7. Зависимость решения от ошибки $\delta G_{\max} = |\mathbf{G} - \mathbf{G}_0|_{\max} = \Psi^{1/2}$ для варианта 8 конфигурации РМҚ

Точка ветвления соответствует оптимальному решению, в которой $\varepsilon_G = |\delta G_{\max}|/G_0 \leq 0.1$ %. Горизонтальными штриховыми линиями показаны моменты ПМ намагниченностью 1.2, 1.3 и 1.4 Тл, а вертикальными — $\varepsilon_G = 0.1, 1$ и 10 %; $G_0 = 8.1$ Тл/м.

Таблица 1. Положения (x, y) ПМ (I квадрант) для рассмотренных вариантов РМҚ (мм)

№	Магнит 1	Магнит 2	Магнит 3	Магнит 4	Магнит 5	Магнит 6	Магнит 7
1	(8, 32)	(24, 32)	(40, 32)	(54, 24)	(68, 16)	(54, 8)	—
2	(8, 32)	(24, 32)	(40, 32)	(54, 24)	(68, 16)	(54, 8)	(68, 0)
3	(0, 32)	(24, 32)	(40, 32)	(54, 24)	(68, 16)	(54, 8)	(68, 0)
4	(8, 36)	(24, 32)	(40, 32)	(54, 24)	(68, 16)	(54, 8)	(68, 0)
5	(8, 36)	(24, 36)	(40, 32)	(54, 24)	(68, 16)	(54, 8)	(68, 0)
6	(8, 36)	(24, 34)	(40, 30)	(54, 24)	(68, 16)	(54, 8)	(68, 0)
7	(8, 39)	(24, 36)	(40, 29)	(54, 24)	(68, 16)	(54, 8)	(68, 0)
8	(8, 39)	(24, 36)	(40, 29)	(55, 24)	(69, 16)	(55, 8)	(69, 0)
9	(8, 39)	(24, 36)	(40, 29)	(55, 24)	(69, 16)	(55, 8)	—

$\mathbf{G}_0|_{\max} = \Psi^{1/2}$. Решение тем лучше, чем соответствующая ему точка лежит ниже (что отвечает меньшим намагниченности и сечению ПМ и, следовательно, меньшей его стоимости) и левее (т.е. меньшей ошибке формирования градиента поля).

В табл. 2 представлены параметры ПМ, отвечающие оптимальным решениям. Начиная с варианта 5 ошибка формирования градиента поля $\varepsilon_G < 1$ %, а с варианта 7 — $\varepsilon_G < 0.1$ %. При этом полученные моменты магнитов таковы, что намагниченности $\mu_0 M < 1.2$ Тл, если их поперечное сечение 11×11 мм². Следует заметить, что уменьшение поперечного сечения магнитов весьма проблематично. Так, для сечения магнитов 10×10 мм² требуемая намагниченность увеличивается на 20 %, достигая 1.4 Тл и более, а это является близким к предельному значению для коммерческих магнитов. Следует также указать, что коммерчески поставляемые магниты характеризуются не намагниченностью $\mu_0 M$, а остаточной индукцией B_r . При этом с учетом эффектов размагничивания ПМ требуемое значение B_r должно на 5 % превышать величину $\mu_0 M$.

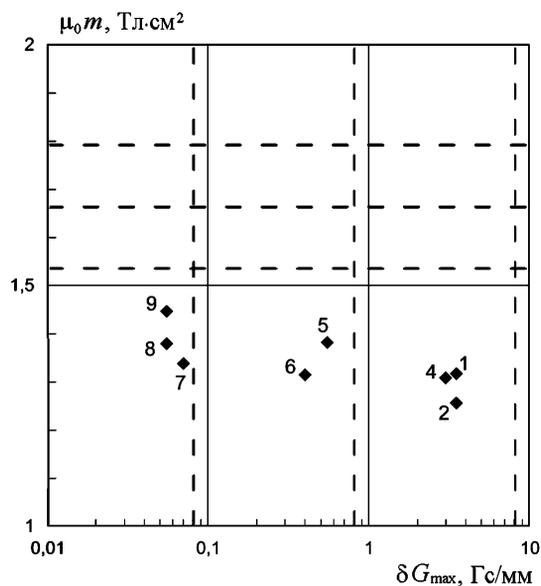


Рис. 8. Точки оптимумов для рассмотренных вариантов расположения магнитов РМҚ (см. табл. 1)
Цифрами обозначены номера вариантов.

Таблица 2. Оптимальные решения для рассмотренных вариантов РМҚ

№	δG_{\max} , Тл/м	$\varepsilon_{G_{\max}}$, %	$\mu_0 m$, Тл·см ²	a , мм	$\mu_0 M$, Тл	B_r ($\kappa = 0.1$), Тл
1	0.35	4.3	1.3174	11	1.0888	1.143
2	0.35	4.3	1.2565	11	1.0384	1.090
3	2.90	36	0.9726	11	0.8038	0.844
4	0.30	3.7	1.3089	11	1.0817	1.136
5	0.055	0.68	1.3824	11	1.1425	1.200
6	0.040	0.49	1.3152	11	1.0869	1.141
7	0.0070	0.086	1.3385	11	1.1062	1.162
8	0.0055	0.068	1.3797	11	1.1402	1.197
9	0.0055	0.068	1.4471	11	1.1960	1.256

Как следует из проведенного анализа, оптимальная конфигурация РМҚ соответствует варианту 8 с 26 магнитами в поперечном сечении квадруполь (см. рис. 1, б). Параметры магнитов для этого варианта приведены в табл. 3. Для этой конфигурации РМҚ получены расчетные (без учета формы магнитов, ошибок изготовления и сборки, эффектов размагничивания и трехмерных эффектов) распределения поля, градиента поля и их отклонений от требуемых распределений в поперечном сечении рабочей области.

На рис. 6, б показаны величины критериев ε_x , ε_y , ε_{G_x} и ε_G вдоль линии $x = a_x \cos \varphi$, $y = a_y \sin \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/2$, $a_x = 32$ мм, $a_y = 12.5$ мм, являющейся границей эллипса, вписанного в рабочую область. Ошибка поля по любому из критериев не превышает 0.07 %. По сравнению с предыдущим вариантом (см. рис. 1, а) конфигурации РМҚ ошибка формирования градиента поля уменьшилась в 70 раз (с 5 %, см. рис. 6, а).

Таблица 3. Параметры магнитов (I квадрант) оптимальной конфигурации РМҚ (вариант 8)

Магнит	(x, y) , мм	φ , °	a , мм	$\mu_0 M$, Тл
1	8.0, 39.0	159.329	11.0	1.1402
2	24.0, 36.0	114.048	11.0	1.1402
3	40.0, 29.0	56.425	11.0	1.1402
4	55.0, 24.0	6.652	11.0	1.1402
5	69.0, 16.0	-43.969	11.0	1.1402
6	55.0, 8.0	-77.877	11.0	1.1402
7	69.0, 0.0	-90.000	11.0	1.1402

В пределах вписанного в рабочую область эллипса ошибки поля не превышают 0.15 Гс (или 0.01 %), ошибка градиента поля — не более 0.06 Гс/мм (или 0.07 % при $|G_0| = 8.1$ Тл/м) (рис. 9). Максимальная ошибка за пределами эллипса наблюдается в углу рабочей области и достигает 0.4 % для поля и 7 % для градиента поля.

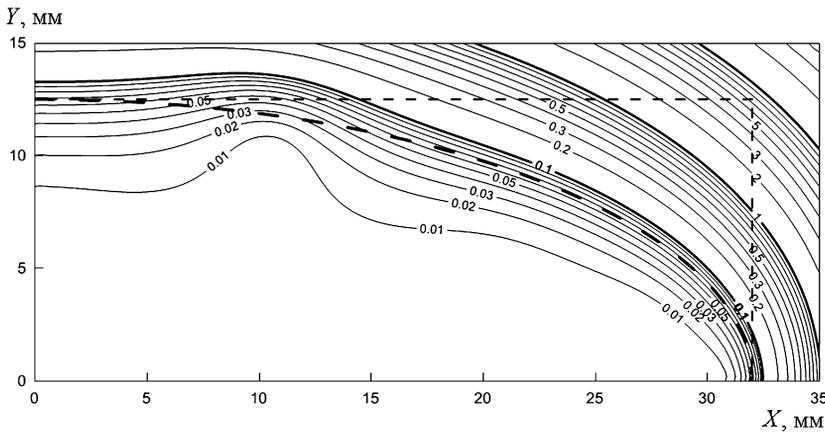


Рис. 9. Относительное отклонение ε_G (4) (%)

5. Заключение. Разработана уточненная методика формирования магнитной системы квадрупольной линзы на ПМ на основе ряда критериев оптимизации.

Необходимость модификации предложенной методики в [1] обусловлена уточнением требуемых параметров линзы на основе результатов траекторного анализа, а также ужесточением критериев точности формирования поля, основанных на понятии эффективной длины.

Отмечается, что использовавшийся ранее критерий оптимизации по относительной ошибке поля не позволяет контролировать непосредственно градиент сформированного поля. Вместо этого критерия следует применять один из введенных критериев оптимизации по относительной ошибке градиента поля в рабочей области. Показано, что с помощью уточненной методики и выбора на ее основе оптимальной конфигурации квадрупольной линзы ошибка формирования градиента поля не превышает 0.07 %.

Дальнейшие исследования предполагают учет реальных геометрических и магнитных характеристик ПМ и анализа их влияния на формирования поля в линзе.

Литература

1. Амосков В. М., Васильев В. Н., Гапионов Е. И., Гульбекян Г. Г., Едаменко Н. С., Иваненко И. А., Казаринов Н. Ю., Калагин И. В., Капаркова М. В., Кухтин В. П., Ламзин Е. А., Макаров А. А., Неженцев А. Н., Овсянников Д. А., Овсянников Д. А. (мл.), Осипов Н. Ф., Родин И. Ю., Сычевский С. Е., Фирсов А. А. Особенности разработки мультиполюсных элементов на основе постоянных магнитов для систем транспортировки заряженных частиц. I. Методика предварительного выбора параметров и конфигурации магнитов // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2021. Т. 17. Вып. 4. С. 313–329. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu.10.2021.401>
2. Mitrofanov S., Apel P., Bashevov V., Bekhterev V., Bogomolov S., Borisov O., Franko J., Gikal B., Gulbekyan G., Ivanenko I., Kalagin I., Kazarinov N., Mironov V., Semin V., Skuratov V., Tikhomirov A. The DC130 project: new multipurpose applied science facility for FLNR // Proceedings of 14th Intern. Conference on Heavy Ion Accelerator Technology. Lanzhou, China, 2018. P. 122–124. <https://doi.org/10.18429/JACoW-HIAT2018-WEOXA01>
3. Kazarinov N., Apel P., Bekhterev V., Bogomolov S., Bashevov V., Borisov O., Gulbekian G., Franko J., Ivanenko I., Kalagin I., Mironov V., Mitrofanov S., Tikhomirov A., Semin V., Skuratov V. Conceptual design of FLNR JINR radiation facility based on DC130 cyclotron // Proceedings of 61th Advanced Beam Dynamics Workshop on High-Intensity and High-Brightness Hadron Beams. Daejeon, Korea, 2018. P. 324–328. <https://doi.org/10.18429/JACoW-HB2018-WEP2PO028>
4. Баттыгин В. В., Топтыгин И. Н. Сборник задач по электродинамике / пер. с англ. М.: Наука, 1970. 503 с.
5. Том Р., Тарр Дж. Магнитные системы МГД-генераторов и термоядерных установок. Основы расчета полей и сил / пер. с англ. Ю. А. Горшкова, А. В. Крымасова. М.: Энергоатомиздат, 1985. 272 с.
6. Тихонов А. А., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач / пер. с англ. М.: Наука, 1979. 288 с.
7. Красников Г. Е., Нагорнов О. В., Старостин Н. В. Моделирование физических процессов с использованием пакета Comsol Multiphysics. М.: НИЯУ МИФИ, 2012. 184 с.
8. Практ В. А., Дмитриевский В. А., Саранулов Ф. Н. Моделирование тепловых и электромагнитных процессов в электротехнических установках. Программа COMSOL. М.: Спутник+, 2011. 158 с.
9. Затонов И. А. Применение программного пакета Elcut для подбора параметров магнитного поля бетатрона // Инженерия для освоения космоса: сб. науч. трудов IV Всерос. молодежного форума с международным участием. Томск: Изд-во Томск. политехн. ун-та, 2016. С. 130–135.
10. Yilong Liu, Alex T. L. Leong, Yujiao Zhao, Linfang Xiao, Henry K. F. Mak, Anderson Chun On Tsang, Gary K. K. Lau, Gilberto K. K. Leung, Ed X. Wu. A low-cost and shielding-free ultra-low-field brain MRI scanner // Nature Communications. 2021. Vol. 12. N 1. Art. no. 7238. <https://doi.org/10.1038/s41467-021-27317-1>
11. O'Reilly T., Teeuwisse W. M., Webb A. G. Three-dimensional MRI in a homogenous 27 cm diameter bore Halbach array magnet // Journal of Magnetic Resonance. 2019. Vol. 307. Art. no. 106578. <https://doi.org/10.1016/j.jmr.2019.106578>
12. Amoskov V. M., Arslanova D. N., Bazarov A. M., Belov A. V., Belyakov V. A., Belyakova T. F., Firsov A. A., Gapionok E. I., Kaparkova M. V., Kukhtin V. P., Lamzin E. A., Larionov M. S., Maximenkova N. A., Mikhailov V. M., Nezhentzev A. N., Ovsyannikov D. A., Ovsyannikov A. D., Rodin I. Y., Shatil N. A., Sychevsky S. E., Vasiliev V. N., Zaitzev A. A. Simulation of electrodynamic suspension systems for levitating vehicles. I. Modelling of electromagnetic behaviour of maglev vehicles with electrodynamic suspension // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2014. Вып. 4. С. 5–15.
13. Амосков В. М., Арсланова Д. Н., Базаров А. М., Белов А. В., Беляков В. А., Белякова Т. Ф., Васильев В. Н., Гапионов Е. И., Зайцев А. А., Капаркова М. В., Кухтин В. П., Ламзин Е. А., Ларионов М. С., Максимова Н. А., Михайлов В. М., Неженцев А. Н., Овсянников Д. А., Овсянников А. Д., Родин И. Ю., Сычевский С. Е., Фирсов А. А., Шатиль Н. А. Численное моделирование электродинамических подвесов левитационных транспортных систем. II. Верификация вычислительных моделей // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2015. Вып. 2. С. 18–32.
14. Амосков В. М., Арсланова Д. Н., Базаров А. М., Белов А. В., Беляков В. А., Белякова Т. Ф., Васильев В. Н., Гапионов Е. И., Зайцев А. А., Капаркова М. В., Кухтин В. П., Ламзин Е. А., Ларионов М. С., Максимова Н. А., Михайлов В. М., Неженцев А. Н., Овсянников Д. А., Овсянников А. Д., Родин И. Ю., Сычевский С. Е., Фирсов А. А., Шатиль Н. А. Численное моделирование электродинамических подвесов левитационных транспортных систем. III. ЭДП

с непрерывной путевой структурой // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2015. Вып. 3. С. 4–21.

15. Амосков В. М., Арсланова Д. Н., Базаров А. М., Белов А. В., Беляков В. А., Белякова Т. Ф., Васильев В. Н., Гапионов Е. И., Зайцев А. А., Зенкевич М. Ю., Капаркова М. В., Кухтин В. П., Ламзин Е. А., Ларионов М. С., Максименкова Н. А., Михайлов В. М., Неженцев А. Н., Овсянников Д. А., Овсянников А. Д., Родин И. Ю., Сычевский С. Е., Фирсов А. А., Шатиль Н. А. Численное моделирование электродинамических подвесов левитационных транспортных систем. IV. ЭДП с дискретной путевой структурой // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2016. Вып. 3. С. 4–17.

16. Amoskov V., Arslanova D., Baranov G., Bazarov A., Belyakov V., Firsov A., Kaparkova M., Kavin A., Khokhlov M., Kukhtin V., Kuzmenkov V., Labusov A., Lamzin E., Lantzetov A., Larionov M., Nezhentzev A., Ovsyannikov D., Ovsyannikov A., Rodin I., Shatil N., Sytchevsky S., Vasiliev V., Zapretilina E., Zenkevich M. Modelling EMS maglev systems to develop control algorithms // Cybernetics and Physics. 2018. Vol. 7. N 1. P. 11–17.

17. Amoskov V. M., Belov A. V., Belyakov V. A., Gaponov E. I., Gribov Y. V., Kukhtin V. P., Lamzin E. A., Mita Y., Ovsyannikov A. D., Ovsyannikov D. A., Patisson L., Sytchevsky S. E., Zavadskiy S. V. Magnetic model ММТС-2.2 of ITER tokamak complex // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2019. Т. 15. Вып. 3. С. 5–21. <https://doi.org/10.21638/11702/spbu10.2019.301>

18. Arslanova D., Firsov A., Kukhtin V., Lamzin E., Larionov M., Nezhentzev A., Ovsyannikov D., Rodin I., Shatil N., Sytchevsky S., Vasiliev V., Zaitsev A. Power-efficient low-stray field hybrid magnets for MAGLEV technology // Cybernetics and Physics, 2021. Vol. 10. N 3. P. 117–121. <https://doi.org/10.35470/2226-4116-2021-10-3-117-121>

Статья поступила в редакцию 1 сентября 2022 г.

Статья принята к печати 1 сентября 2022 г.

Контактная информация:

Амосков Виктор Михайлович — канд. физ.-мат. наук; [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Васильев Вячеслав Николаевич — [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Гапионов Елена Игоревна — [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Гульбежян Георгий Герасимович — georgy@jinr.ru

Едаменко Николай Семенович — канд. физ.-мат. наук, доц.; n.edamenko@spbu.ru

Иваненко Иван Анатольевич — канд. физ.-мат. наук; ivan@jinr.ru

Казаринов Николай Юрьевич — канд. физ.-мат. наук; nyk@jinr.ru

Калагин Игорь Владимирович — канд. физ.-мат. наук; kalagin@jinr.ru

Капаркова Марина Викторовна — [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Кухтин Владимир Петрович — канд. физ.-мат. наук; [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Ламзин Евгений Анатольевич — д-р физ.-мат. наук; [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Макаров Анатолий Александрович — [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Неженцев Андрей Николаевич — [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Овсянников Дмитрий Александрович — д-р физ.-мат. наук, проф.; d.a.ovsyannikov@spbu.ru

Овсянников Дмитрий Александрович (мл.) — d-ovs@yandex.ru

Осипов Николай Федорович — onik@jinr.ru

Родин Игорь Юрьевич — канд. техн. наук; rodin@sintez.niiefa.spb.su

Сычевский Сергей Евгеньевич — д-р физ.-мат. наук; [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Фирсов Алексей Анатольевич — [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Шатиль Николай Александрович — канд. техн. наук; [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Modelling and design of permanent magnet multipoles for beam transport and focusing. II. Configuring the quad

V. M. Amoskov¹, V. N. Vasiliev¹, E. I. Gaponok¹, G. G. Gulbekyan², N. S. Edamenko³, I. A. Ivanenko², N. Y. Kazarinov², I. V. Kalagin², M. V. Kaparkova¹, V. P. Kukhtin¹, E. A. Lamzin¹, A. A. Makarov¹, A. N. Nezhentsev¹, D. A. Ovsyannikov³, D. A. Ovsyannikov (jr)⁴, N. F. Osipov², I. Yu. Rodin¹, S. E. Sytchevsky³, A. A. Firsov¹, N. A. Shatil¹

¹ Joint Stock Company “D. V. Efremov Institute of Electrophysical Apparatus”, 3, Doroga na Metallostroy, St Petersburg, 196641, Russian Federation

² Joint Institute for Nuclear Research, 6, ul. Joliot-Curie, Moscow Region, Dubna, 141980, Russian Federation

³ St Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab., St Petersburg, 199034, Russian Federation

⁴ St Petersburg State University of Industrial Technologies and Design, 18, Bolshaya Morskaya ul., St Petersburg, 191186, Russian Federation

For citation: Amoskov V. M., Vasiliev V. N., Gaponok E. I., Gulbekyan G. G., Edamenko N. S., Ivanenko I. A., Kazarinov N. Y., Kalagin I. V., Kaparkova M. V., Kukhtin V. P., Lamzin E. A., Makarov A. A., Nezhentsev A. N., Ovsyannikov D. A., Ovsyannikov D. A. (jr), Osipov N. F., Rodin I. Yu., Sytchevsky S. E., Firsov A. A., Shatil N. A. Modelling and design of permanent magnet multipoles for beam transport and focusing. II. Configuring the quad. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2022, vol. 18, iss. 4, pp. 454–472. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2022.402> (In Russian)

An optimized magnetic specification has been searched for a PM quadrupole constructed for the DC-140 cyclotron in JINR, Dubna. The field inhomogeneity should be reduced to come closer to an ideal distribution. The quad parameters should be determined with very high mechanical and magnetic precision in order to reach the specified gradient. Results of the analytic study based on a 2D model gave initial values for the PM blocks dimensions and orientations. To ensure stringent performance criteria, parametrized 2D and 3D models of the quad were built. These models were used to optimize the magnet configuration, analyze its sensitivity to various errors and derive parameter tolerances. Additional adjustment to suitable field quality is foreseen using results of a trajectory analysis and acceptance inspection. The design parameters for the best suited magnet configuration are presented and the performance criteria are defined. However, an electromagnetic analysis of the selected configuration has revealed that the relative field error adopted previously as the optimization criterion gives low accuracy estimate. Alternative estimations are proposed utilizing the field gradient error as the basic criterion to satisfy the constraint on the field inhomogeneity.

Keywords: permanent magnet, quadrupole, beam transport, direct and inverse problems, simulation.

References

1. Amoskov V. M., Vasiliev V. N., Gaponok E. I., Gulbekyan G. G., Edamenko N. S., Ivanenko I. A., Kazarinov N. Y., Kalagin I. V., Kaparkova M. V., Kukhtin V. P., Lamzin E. A., Makarov A. A., Nezhentsev A. N., Ovsyannikov D. A., Ovsyannikov D. A. (jr), Osipov N. F., Rodin I. Yu., Sytchevsky S. E., Firsov A. A. Osobennosti razrabotki multipolnykh elementov na osnove postoyannykh magnitov dlya sistem transportirovki zaryazhennykh chastits. I. Metodika predvaritelnogo vybora parametrov i konfiguratsii magnitov [Modelling and design of permanent magnet multipoles for beam transport and focusing. I. Selection of optimal design and parameters]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2021, vol. 17, iss. 4, pp. 313–329. (In Russian) <https://doi.org/10.21638/11701/spbu.10.2021.401>

2. Mitrofanov S., Apel P., Bashevoy V., Bekhterev V., Bogomolov S., Borisov O., Franko J., Gikal B., Gulbekyan G., Ivanenko I., Kalagin I., Kazarinov N., Mironov V., Semin V., Skuratov V., Tikhomirov A.

The DC130 project: new multipurpose applied science facility for FLNR. *Proceedings of 14th Intern. Conference on Heavy Ion Accelerator Technology*. Lanzhou, China, 2018, pp. 122–124.

<https://doi.org/10.18429/JACoW-HIAT2018-WEOXA01>

3. Kazarinov N., Apel P., Bekhterev V., Bogomolov S., Bashevoy V., Borisov O., Gulbekian G., Franko J., Ivanenko I., Kalagin I., Mironov V., Mitrofanov S., Tikhomirov A., Semin V., Skuratov V. Conceptual design of FLNR JINR radiation facility based on DC130 cyclotron. *Proceedings of 61th Advanced Beam Dynamics Workshop on High-Intensity and High-Brightness Hadron Beams*. Daejeon, Korea, 2018, pp. 324–328. <https://doi.org/10.18429/JACoW-HB2018-WEP2PO028>

4. Batygin V. V., Toptygin I. N. *Problems in electrodynamics*. London, New York, Academic Press, 1964, 587 p. (Rus. ed.: Batygin V. V., Toptygin I. N. *Sbornik zadach po elektrodinamike*. Moscow, Nauka Publ., 1970, 503 p.)

5. Thome R. J., Tarrh J. M. *MHD and fusion magnets: field and force design concepts*. New York, Wiley Publ., 1982, 249 p. (Rus. ed.: Thome R. J., Tarrh J. M. *Magnitnye sistemy MGD-generatorov i termoyadernyyh ustanovok. Osnovy rascheta polej i sil*. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1985, 282 p.)

6. Tikhonov A. N., Arsenin V. Ya. *Solutions of ill-posed problems*. New York, Halsted Press, 1977, 288 p. (Rus. ed.: Tikhonov A. N., Arsenin V. Ya. *Metody resheniya nekorrektnyyh zadach*. Moscow, Nauka Publ., 1979, 288 p.)

7. Krasnikov G. E., Nagornov O. V., Starostin N. V. *Modelirovanie fizicheskikh processov s ispol'zovaniem paketa Comsol Multiphysics [Simulation of physical processes with Comsol Multiphysics software]*. Moscow, NRU MEPhI Publ., 2012, 184 p. (In Russian)

8. Prakht V. A., Dmitrievskiy V. A., Sarapulov F. N. *Modelirovanie teplovyh i elektromagnitnyh processov v elektrotehnicheskikh ustanovkakh. Programma COMSOL [Simulation of thermal and electromagnetic processes in electrical devices. COMSOL software]*. Moscow, Sputnik+ Publ., 2011, 158 p. (In Russian)

9. Zatonov I. A. *Primenenie programmnoy paketa Elcut dlya podbora parametrov magnitnogo polya betatrona [Using the computer code Elcut to select field parameters in a betatron-type particle accelerator]*. *Proceedings of IV Russian forum on Space Engineering for young scientists*. Tomsk, Tomsk Polytechnic University Press, 2016, pp. 130–135. (In Russian)

10. Yilong Liu, Alex T. L. Leong, Yujiao Zhao, Linfang Xiao, Henry K. F. Mak, Anderson Chun On Tsang, Gary K. K. Lau, Gilberto K. K. Leung, Ed X. Wu. A low-cost and shielding-free ultra-low-field brain MRI scanner. *Nature Communications*, 2021, vol. 12, no. 1, Art. no. 7238. <https://doi.org/10.1038/s41467-021-27317-1>

11. O'Reilly T., Teeuwisse W. M., Webb A. G. Three-dimensional MRI in a homogenous 27 cm diameter bore Halbach array magnet. *Journal of Magnetic Resonance*, 2019, vol. 307, Art. no. 106578. <https://doi.org/10.1016/j.jmr.2019.106578>

12. Amoskov V. M., Arslanova D. N., Bazarov A. M., Belov A. V., Belyakov V. A., Belyakova T. F., Firsov A. A., Gaponok E. I., Kaparkova M. V., Kukhtin V. P., Lamzin E. A., Larionov M. S., Maximenkova N. A., Mikhailov V. M., Nezhentzev A. N., Ovsyannikov D. A., Ovsyannikov A. D., Rodin I. Y., Shatil N. A., Sychevsky S. E., Vasiliev V. N., Zaitzev A. A. Simulation of electrodynamic suspension systems for levitating vehicles. I. Modelling of electromagnetic behaviour of maglev vehicles with electrodynamic suspension. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 10. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2014, iss. 4, pp. 5–15.

13. Amoskov V. M., Arslanova D. N., Bazarov A. M., Belov A. V., Belyakov V. A., Belyakova T. F., Vasiliev V. N., Gaponok E. I., Zaitzev A. A., Kaparkova M. V., Kukhtin V. P., Lamzin E. A., Larionov M. S., Maximenkova N. A., Mikhailov V. M., Nezhentzev A. N., Ovsyannikov D. A., Ovsyannikov A. D., Rodin I. Yu., Sychevsky S. E., Firsov A. A., Shatil N. A. Chislennoe modelirovanie elektrodinamicheskikh podvesov levitatsionnyh transportnyh sistem. II. Verifikatsiya vychislitelnyh modelej [Simulation of electrodynamic suspension systems for levitating vehicles. II. Validation of computational models]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 10. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2015, iss. 2, pp. 18–32. (In Russian)

14. Amoskov V. M., Arslanova D. N., Bazarov A. M., Belov A. V., Belyakov V. A., Belyakova T. F., Vasiliev V. N., Gaponok E. I., Zaitzev A. A., Kaparkova M. V., Kukhtin V. P., Lamzin E. A., Larionov M. S., Maximenkova N. A., Mikhailov V. M., Nezhentzev A. N., Ovsyannikov D. A., Ovsyannikov A. D., Rodin I. Y., Sychevsky S. E., Firsov A. A., Shatil N. A. Chislennoe modelirovanie elektrodinamicheskikh podvesov levitatsionnyh transportnyh sistem. III. EDP s nepreynyj putevoj strukturoj [Simulation of electrodynamic suspension systems for levitating vehicles. III. Continuous track systems]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 10. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2015, iss. 3, pp. 4–21. (In Russian)

15. Amoskov V. M., Arslanova D. N., Bazarov A. M., Belov A. V., Belyakov V. A., Belyakova T. F., Vasiliev V. N., Gaponok E. I., Zaitzev A. A., Zenkevich M. Y., Kaparkova M. V., Kukhtin V. P., Lamzin E. A., Larionov M. S., Maximenkova N. A., Mikhailov V. M., Nezhentzev A. N., Ovsyannikov D. A.,

Ovsyannikov A. D., Rodin I. Y., Sychevsky S. E., Firsov A. A., Shatil N. A. Chislennoe modelirovanie elektrodinamicheskikh podvesov levitatsionnykh transportnykh sistem. IV. EDP s diskretnoj putevoj strukturoj [Simulation of electrodynamic suspension systems for levitating vehicles. IV. Discrete track systems]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 10. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2016, iss. 3, pp. 4–17. (In Russian)

16. Amoskov V., Arslanova D., Baranov G., Bazarov A., Belyakov V., Firsov A., Kaparkova M., Kavin A., Khokhlov M., Kukhtin V., Kuzmenkov V., Labusov A., Lamzin E., Lantzetov A., Larionov M., Nezhentzev A., Ovsyannikov D., Ovsyannikov A., Rodin I., Shatil N., Sytchevsky S., Vasiliev V., Zapretulina E., Zenkevich M. Modelling EMS maglev systems to develop control algorithms. *Cybernetics and Physics*, 2018, vol. 7, no. 1, pp. 11–17.

17. Amoskov V. M., Belov A. V., Belyakov V. A., Gaponok E. I., Gribov Y. V., Kukhtin V. P., Lamzin E. A., Mita Y., Ovsyannikov A. D., Ovsyannikov D. A., Patisson L., Sytchevsky S. E., Zavadskiy S. V. Magnetic model MMTC-2.2 of ITER tokamak complex. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2019, vol. 15, iss. 3, pp. 5–21.

<https://doi.org/10.21638/11702/spbu10.2019.301>

18. Arslanova D., Firsov A., Kukhtin V., Lamzin E., Larionov M., Nezhentzev A., Ovsyannikov D., Rodin I., Shatil N., Sytchevsky S., Vasiliev V., Zaitsev A. Power-efficient low-stray field hybrid magnets for MAGLEV technology. *Cybernetics and Physics*, 2021, vol. 10, no. 3, pp. 117–121.

<https://doi.org/10.35470/2226-4116-2021-10-3-117-121>

Received: September 01, 2022.

Accepted: September 01, 2022.

Authors' information:

Victor M. Amoskov — PhD in Physics and Mathematics; [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Vyacheslav N. Vasiliev — [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Elena I. Gaponok — [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Georgy G. Gulbekian — georgy@jinr.ru

Nikolai S. Edamenko — PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor; n.edamenko@spbu.ru

Ivan A. Ivanenko — PhD in Physics and Mathematics; ivan@jinr.ru

Nikolay Y. Kazarinov — PhD in Physics and Mathematics; nyk@jinr.ru

Igor V. Kalagin — PhD in Physics and Mathematics; kalagin@jinr.ru

Marina V. Kaparkova — [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Vladimir P. Kukhtin — PhD in Physics and Mathematics; [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Evgeny A. Lamzin — Dr. Sci. in Physics and Mathematics; [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Anatoly A. Makarov — [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Andrey N. Nezhentzev — [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Dmitrij A. Ovsyannikov — Dr. Sci. in Physics and Mathematics, Professor; d.a.ovsyannikov@spbu.ru

Dmitry A. Ovsyannikov (jr) — d-ovs@yandex.ru

Nikolai F. Osipov — onik@jinr.ru

Igor Y. Rodin — PhD in Engineering; rodin@sintez.niiefa.spb.su

Sergey E. Sytchevsky — Dr. Sci. in Physics and Mathematics; [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Alexey A. Firsov — [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)

Nikolay A. Shatil — PhD in Engineering; [syтч@sintez.niiefa.spb.su](mailto:sytch@sintez.niiefa.spb.su)